GNU FísicaLab

El software libre para la física.
Manual del usuario para la versión 0.4.0, primera edición.



Germán A. Arias

Copyright © 2009, 2010, 2012, 2013, 2014, 2023 Germán A. Arias.
Permission is granted to copy, distribute and/or modify this document under the terms of the GNU Free Documentation License, Version 1.3 or any later version published by the Free Software Foundation; with no Invariant Sections, no Front-Cover Texts, and no Back-Cover Texts. A copy of the license is included in the section entitled "GNU Free Documentation License".

Índice General

1 Introducción ... 1
- 1.1 Manejando los elementos ... 3
- 1.2 Datos de los elementos ... 4
- 1.3 Funcionamiento de FísicaLab ... 8
- 1.4 Mensajes en el visor de texto ... 8

2 Módulo de cinemática de partículas ... 9
- 2.1 Sistema de referencia fijo ... 11
- 2.2 Sistema de referencia móvil ... 12
- 2.3 Sistema de referencia móvil en X/Y ... 13
- 2.4 Móvil ... 14
- 2.5 Móvil en X/Y ... 15
- 2.6 Móvil en X/Y con velocidad constante ... 16
- 2.7 Cañon ... 17
- 2.8 Móvil radial ... 18
- 2.9 Distancia ... 19
- 2.10 Distancia XY ... 19
- 2.11 Punto ... 20
- 2.12 Velocidad relativa ... 20

3 Ejemplos de cinemática de partículas ... 21
- 3.1 Ejemplo 1 ... 21
- 3.2 Ejemplo 2 ... 23
- 3.3 Ejemplo 3 ... 25
- 3.4 Ejemplo 4 ... 28
- 3.5 Ejemplo 5 ... 31
- 3.6 Ejemplo 6 ... 33
- 3.7 Ejemplo 7 ... 35

4 Módulo de cinemática circular ... 37
- 4.1 Sistema de referencia fijo ... 39
- 4.2 Móvil con movimiento circular ... 40
- 4.3 Móvil con movimiento polar ... 41
- 4.4 Velocidad angular ... 42
- 4.5 Aceleración angular ... 42
- 4.6 Aceleración total ... 43
- 4.7 Frecuencia ... 43
- 4.8 Periodo ... 44
- 4.9 Número de vueltas ... 44
- 4.10 Centro de rotación ... 45

4.11 Distancia ... 45
4.12 Longitud de arco ... 46
4.13 Coordenada ... 46
4.14 Velocidad relativa ... 47

5 Ejemplos de cinemática circular de partículas . 48
5.1 Ejemplo 1 ... 48
5.2 Ejemplo 2 ... 50
5.3 Ejemplo 3 ... 52
5.4 Ejemplo 4 ... 54
5.5 Ejemplo 5 ... 56

6 Módulo de estática de partículas ... 59
6.1 Sistema de referencia fijo ... 60
6.2 Bloque ... 60
6.3 Bloque en un plano inclinado a la izquierda ... 61
6.4 Bloque en un plano inclinado a la derecha ... 61
6.5 Resortes ... 62
6.6 Polea ... 62
6.7 Punto estático ... 63
6.8 Ángulos ... 63
6.9 Fuerzas ... 64
6.10 Fricciones ... 64
6.11 Resultante vertical/horizontal ... 65
6.12 Resultante ... 65

7 Ejemplos de estática de partículas ... 66
7.1 Ejemplo 1 ... 66
7.2 Ejemplo 2 ... 68
7.3 Ejemplo 3 ... 70
7.4 Ejemplo 4 ... 72
7.5 Ejemplo 5 ... 74
7.6 Ejemplo 6 ... 76
7.7 Ejemplo 7 ... 78
7.8 Ejemplo 8 ... 80
7.9 Ejemplo 9 ... 83

8 Módulo de estática rígida ... 85
8.1 Sistema de referencia fijo ... 86
8.2 Puntos ... 86
8.3 Viga ... 87
8.4 Sólido ... 88
8.5 Punto ... 89

8.6 Ángulos ... 89
8.7 Elementos de viga ... 90
8.8 Elementos de sólido ... 91
8.9 Fuerzas ... 92
8.10 Fricciones ... 92
8.11 Par ... 93
8.12 Vigas de 2 fuerzas ... 94
8.13 Armadura ... 95
8.14 Nudo de armadura ... 95
8.15 Vigas de armadura ... 96
8.16 Resultante ... 97
8.17 Resultante con fuerza horizontal ... 97
8.18 Resultante con fuerza vertical ... 98

9 Ejemplos de estática rígida ... 99
9.1 Ejemplo 1 ... 99
9.2 Ejemplo 2 ... 102
9.3 Ejemplo 3 ... 104
9.4 Ejemplo 4 ... 108
9.5 Ejemplo 5 ... 111
9.6 Ejemplo 6 ... 114
9.7 Ejemplo 7 ... 117
9.8 Ejemplo 8 ... 119
9.9 Ejemplo 9 ... 122
9.10 Ejemplo 10 ... 125
9.11 Ejemplo 11 ... 131
9.12 Ejemplo 12 ... 134
9.13 Ejemplo 13 ... 138

10 Módulo de dinámica de partículas ... 143
10.1 Sistema de referencia fijo ... 146
10.2 Móvil ... 147
10.3 Móvil en X/Y ... 148
10.4 Bloque con movimiento vertical ... 149
10.5 Bloque con movimiento horizontal ... 150
10.6 Bloque en un plano inclinado a la izquierda ... 151
10.7 Bloque en un plano inclinado a la derecha ... 152
10.8 Polea ... 153
10.9 Resortes ... 153
10.10 Fuerzas ... 154
10.11 Fricciones ... 154
10.12 Fricciones entre bloques (contactos) ... 155
10.13 Relación de aceleraciones ... 155
10.14 Movimiento relativo ... 156

10.15 Colisión . . . 157
10.16 Energía . . . 158
10.17 Momento . . . 159
10.18 Potencia . . . 159

11 Ejemplos de dinámica de partículas . . . 160
11.1 Ejemplo 1 . . . 160
11.2 Ejemplo 2 . . . 162
11.3 Ejemplo 3 . . . 164
11.4 Ejemplo 4 . . . 167
11.5 Ejemplo 5 . . . 172
11.6 Ejemplo 6 . . . 175
11.7 Ejemplo 7 . . . 177
11.8 Ejemplo 8 . . . 179
11.9 Ejemplo 9 . . . 182
11.10 Ejemplo 10 . . . 184
11.11 Ejemplo 11 . . . 186
11.12 Ejemplo 12 . . . 190

12 Módulo de dinámica circular de partículas . 192
12.1 Sistema de referencia fijo . . . 195
12.2 Masa en reposo . . . 195
12.3 Móvil con movimiento rectilíneo . . . 196
12.4 Móvil con movimiento circular . . . 197
12.5 Móvil con movimiento circular polar . . . 198
12.6 Móvil con movimiento circular perpendicular . . . 199
12.7 Velocidad angular . . . 200
12.8 Aceleración centrípeta . . . 200
12.9 Aceleración angular . . . 201
12.10 Energía . . . 201
12.11 Momento angular . . . 202
12.12 Momento lineal . . . 203
12.13 Potencia . . . 204
12.14 Sistema inicial . . . 205
12.15 Sistema final . . . 206
12.16 Centro de rotación . . . 207
12.17 Resortes . . . 208
12.18 Fuerzas . . . 208
12.19 Fricciones . . . 209
12.20 Ángulos . . . 209
12.21 Momento de una fuerza o par de fuerzas . . . 210
12.22 Aceleración total (Triangulo de aceleraciones) . . . 211
12.23 Aceleración máxima . . . 211
12.24 Inercia . . . 212

12.25 Velocidad absoluta 213
12.26 Seno del ángulo 214
12.27 Combinaciones admitidas 215

13 Ejemplos de dinámica circular de partículas 220
13.1 Ejemplo 1 220
13.2 Ejemplo 2 223
13.3 Ejemplo 3 226
13.4 Ejemplo 4 229
13.5 Ejemplo 5 234
13.6 Ejemplo 6 238
13.7 Ejemplo 7 243
13.8 Ejemplo 8 248
13.9 Ejemplo 9 253
13.10 Ejemplo 10 257
13.11 Ejemplo 11 262
13.12 Ejemplo 12 265
13.13 Ejemplo 13 268

14 Calorimetría 271
14.1 Reloj del laboratorio 273
14.2 Calor aplicado 273
14.3 Flujo de calor aplicado 273
14.4 Calor extraído 274
14.5 Refrigeración 274
14.6 Bloque 275
14.7 Liquido 275
14.8 Gas 276
14.9 Dilatación lineal 276
14.10 Dilatación superficial 277
14.11 Dilatación volumétrica 277
14.12 Cambio de fase sólido-liquido 279
14.13 Cambio de fase liquido-gas 280
14.14 Proceso 281
14.15 Calorímetro 282
14.16 Gas a presión constante 283
14.17 Gas a temperatura constante 283
14.18 Gas a volumen constante 284
14.19 Gas PV/T 284
14.20 Intercambiador de calor 285

15 Ejemplos de calorimetría 286
15.1 Ejemplo 1 286
15.2 Ejemplo 2 287
15.3 Ejemplo 3 289
15.4 Ejemplo 4 290
15.5 Ejemplo 5 291
15.6 Ejemplo 6 292
15.7 Ejemplo 7 294
15.8 Ejemplo 8 296
15.9 Ejemplo 9 297
15.10 Ejemplo 10 298
15.11 Ejemplo 11 300
15.12 Ejemplo 12 302
15.13 Ejemplo 13 307

16 Termodinámica 308
16.1 Calor aplicado 309
16.2 Trabajo 309
16.3 Calor extraído 310
16.4 Proceso adiabático 310
16.5 Proceso isocórico 311
16.6 Proceso isotérmico 311
16.7 Proceso isobárico 312
16.8 Calor sensible 312
16.9 Calor de vaporización 314
16.10 Máquina térmica 315
16.11 Refrigerador 316
16.12 Bomba de calor 317
16.13 Gas PV/T 318

17 Ejemplos termodinámica 319
17.1 Ejemplo 1 319
17.2 Ejemplo 2 321
17.3 Ejemplo 3 322
17.4 Ejemplo 4 324
17.5 Ejemplo 5 326

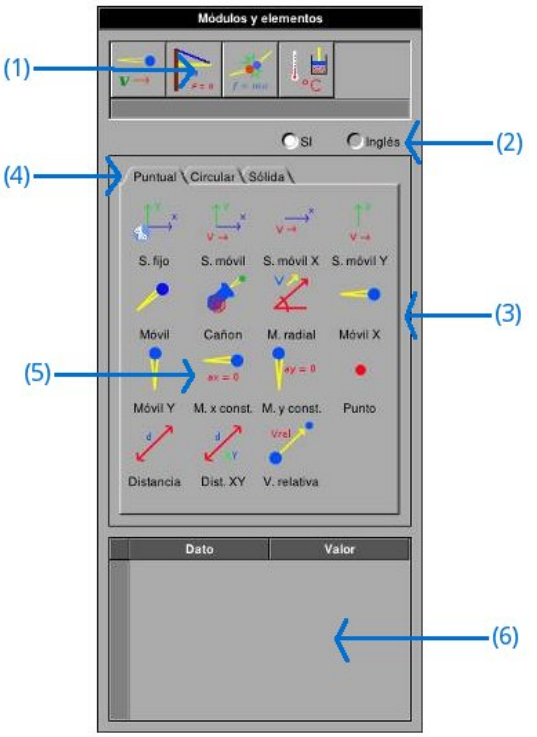
18 GNU Free Documentation License 328

Indice 337

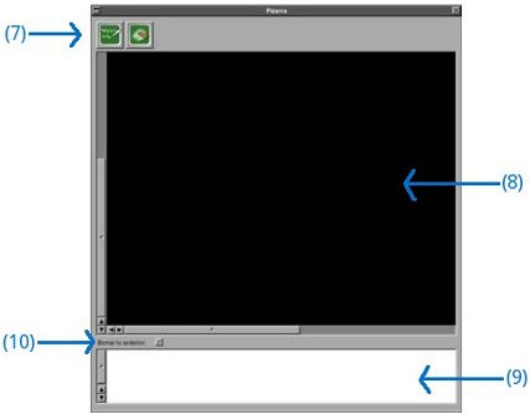
1 Introducción

FísicaLab es una aplicación educativa para la resolución de problemas físicos. Su objetivo es que el usuario se enfoque en los conceptos físicos dejando de lado la matemática implicada, de la cual se ocupa FísicaLab. Esto le permitirá al usuario familiarizarse con los conceptos físicos sin correr el riesgo de perderse en los detalles matemáticos. Y de esta forma, cuando el usuario gane confianza en la aplicación de los conceptos físico, estará mejor preparado para resolver los problemas a mano (con lápiz y papel). FísicaLab es fácil de usar y muy intuitivo. Sin embargo, para que pueda aprovechar toda la potencia de FísicaLab, le recomendamos leer primero esta ayuda para que se familiarice con las convenciones adoptadas. Al mismo tiempo que aprende como plantear problemas a través de los ejemplos aquí mostrados.

FísicaLab consiste de dos ventanas, una llamada *Módulos y elementos* y otra llamada *Pizarra*. La primera de ellas contiene los diferentes módulos que pueden utilizarse para resolver problemas. Dichos módulos están agrupados en: Cinemática, Estática, Dinámica, etc. (imagen de abajo). Estos grupos de módulos se seleccionan con los iconos de la parte superior, los indicados con (1) en la imagen. Dejando el puntero del ratón sobre cada uno de estos iconos, aparece una etiqueta con el nombre del grupo. Los botones de opción marcados con (2) permiten seleccionar el sistema de unidades que deseamos utilizar: SI o Inglés. En el recuadro indicado por (3) se ven los módulos del grupo seleccionado, los cuales pueden seleccionarse con las pestañas indicadas por (4). Los elementos del módulo seleccionado aparecen en el recuadro indicado por (5). Dichos elementos nos sirven para plantearle el problema a FísicaLab. En el recuadro indicado por (6) se ingresan los datos de cada elemento añadido a la pizarra (si no hay ningún elemento en la pizarra, dicho recuadro aparecerá vació).



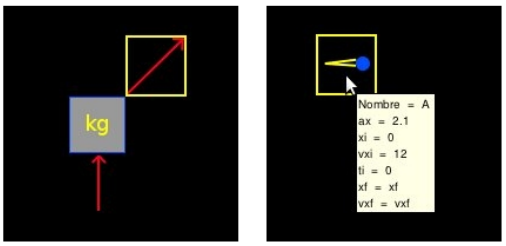
La ventana *Pizarra* (la imagen de abajo), tiene en la parte superior izquierda dos botones, indicados con (7). El de la izquierda sirve para resolver el problema planteado, y el de la derecha para borrar todos los elementos añadidos a la pizarra. El rectángulo de color negro indicado por (8), es la pizarra propiamente dicha. Hay que tener en mente, aunque no se ve, que la pizarra es cuadriculada. Estando constituida por celdas de 50x50 píxeles. El tamaño por defecto es de 26x18 celdas y puede configurarse en el panel de *Preferencias* hasta un máximo de 100x100 (Un tamaño mayor al predeterminado puede ser útil para resolver problemas de armaduras). El visor de texto indicado por (9), es donde FísicaLab muestra los resultados o mensajes pertinentes. Inmediatamente debajo de la pizarra, la casilla de selección indicada por (10), que por defecto esta seleccionada, borra todo el contenido del visor de texto antes de mostrar los resultados del siguiente cálculo. Si se desean conservar los datos anteriores, hay que desactivar esta casilla dando un clic sobre ella. En este caso, el visor permite agregar texto. Por ejemplo, notas para saber a que problema corresponden las soluciones.



1.1 Manejando los elementos

Una vez seleccionado el módulo que se desea utilizar (al iniciar la aplicación aparece seleccionado el grupo Cinemática y el módulo Puntual), podemos agregar elementos a la *Pizarra* simplemente dando un clic sobre el elemento deseado. Una vez seleccionado un elemento, el cursor del ratón se convertirá en una mano abierta, indicándonos que estamos por agregar un elemento a la pizarra. Dando un clic en la ubicación de la pizarra donde queremos colocar el elemento, el elemento aparecerá en dicha ubicación y el cursor del ratón regresara a su forma original.

Cada vez que se agregue un nuevo elemento un recuadro amarillo aparecerá rodeando dicho elemento. Este recuadro amarillo indica que la información de este elemento es la que aparece, para su edición, en el panel de *Módulos y elementos*. Si se selecciona otro elemento, el recuadro amarillo pasara a resaltar dicho elemento, indicando que ahora es la información de este elemento la que esta disponible para su edición en el panel. Si se deja el puntero del ratón sobre cualquier elemento, una etiqueta aparecerá desplegando la información del elemento. El tamaño de la letra en estas etiquetas puede configurarse desde el panel de *Preferencias*.



Si se desea cambiar de lugar un elemento, simplemente debemos dar un clic sobre dicho elemento, manteniendo presionada la tecla `Control`. Esto

hará que el elemento desaparezca del lugar donde se encontraba y que el cursor del ratón se convierta en una mano cerrada, indicándonos que estamos moviendo un elemento. Dando un clic en la nueva ubicación, el elemento aparecerá y el cursor regresara a su forma original. Por otra parte, si lo que se desea es borrar un elemento, simplemente debemos dar un clic en el elemento, manteniendo la tecla `Shift` presionada.

Algo que se debe tener en cuenta, a la hora de plantear problemas, es que FísicaLab no permite combinar elementos de diferentes módulos. Los elementos contenidos en cada módulo, son suficientes para plantear una gran variedad de problemas.

1.2 Datos de los elementos

Al seleccionar un elemento de la pizarra, o agregar un nuevo elemento, aparecerá en la parte inferior de la ventana *Módulos y elementos* una tabla con los datos de dicho elemento. Dando un doble clic en cualquier campo de la segunda columna, se pueden ingresar los datos correspondientes al elemento. FísicaLab soporta notación científica, para ello se debe utilizar la letra E para indicar el exponente de la base diez. Por ejemplo, para ingresar el número '`3.45 x10-5`', se debe escribir:

```
3.45E-5
```

Todos los datos numéricos deben ser ingresados sin espacios. Por ejemplo, los siguientes datos, no son aceptados:

```
- 5.3
7.8E - 8
```

FísicaLab también incorpora una gran cantidad de factores de conversión. Dichos factores pueden utilizarse colocando el carácter `@` antes de la conversión deseada. Si tenemos seleccionado el sistema de unidades SI, FísicaLab asumirá que los datos ingresados están en metros, kilogramos, segundos, etc. Si tenemos seleccionado el sistema Inglés, FísicaLab asumirá que los datos ingresados están en pies, libras, slugs, segundos, etc. (en el sistema Inglés la masa debe estar en slugs). Pero si, por ejemplo, queremos ingresar una velocidad de '`75 km/h`', puede hacerse de la siguiente forma:

```
75 @ km/h
```

En este caso los espacios delante y detrás del carácter `@` son aceptados por claridad. Aunque no son indispensables. Cada módulo tiene su conjunto de factores de conversión aceptados, como se puede ver en las secciones que tratan sobre cada uno de dichos módulos.

Las incógnitas del problema se representan con letras o conjuntos de letras. Si, por ejemplo, en un problema de cinemática la velocidad final es una incógnita, esta puede representarse como:

```
vf
vfinal
velfinal
```

o cualquier otra combinación que se desee utilizar. Aunque es recomendable que el nombre de la incógnita se relacione con el dato buscado (es decir, no son recomendables nombres como '`perro`', '`gato`' o '`fkrg`' que no tienen relación con el dato buscado). Los factores de conversión también pueden utilizarse para las incógnitas, indicándole a FísicaLab las unidades en las que queremos el resultado. Por ejemplo, para un dato de tiempo:

```
t @ min
```

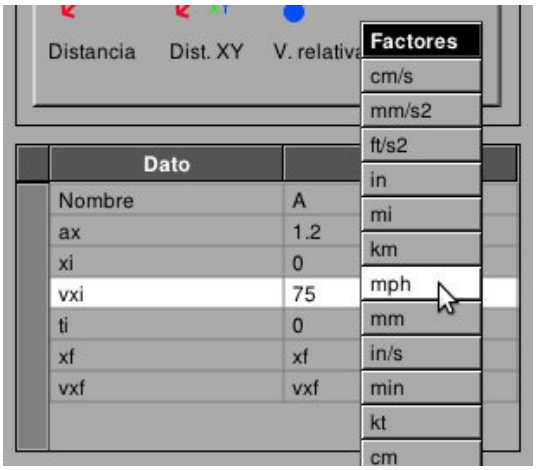
lo que nos dará el resultado del tiempo en minutos. También es posible utilizar la notación científica en las incógnitas, para el caso cuando el resultado es muy pequeño o muy grande, agregando los caracteres `#E` al final del nombre de la incógnita. Por ejemplo, para un coeficiente de expansión térmica, que es un dato muy pequeño:

```
coeficiente#E
```

También es posible la combinación con un factor de conversión. Por ejemplo, para una distancia muy grande que deseamos en kilómetros:

```
distancia#E @ km
```

Todos los factores de conversión están también disponibles desde un menú contextual. Una vez seleccionado el renglón del dato al que se desea agregar el factor, un clic derecho desplegara el menú contextual con los factores disponibles.



FísicaLab permite realizar operaciones matemáticas directamente en los campos donde se ingresan los datos. Pueden llevarse a cabo operaciones de suma (`+`), resta (`-`), multiplicación (`*`) y división (`/`). Aunque no esta permitido agrupar operaciones mediante paréntesis. También se proveen algunas funciones útiles para ciertos cálculos. Estas se listan a continuación con su respectiva descripción:

cos(ang)	Calcula el coseno del ángulo sexagesimal "ang".
sin(ang)	Calcula el seno del ángulo sexagesimal "ang".
tan(ang)	Calcula la tangente del ángulo sexagesimal "ang".
sqrt(x)	Calcula la raíz cuadrada del número "x".
hypot(a,b)	Calcula la hipotenusa del triangulo rectángulo cuyos catetos son "a" y "b".
leg(c,a)	Calcula el cateto del triangulo rectángulo cuya hipotenusa es "c" y el otro cateto es "a".

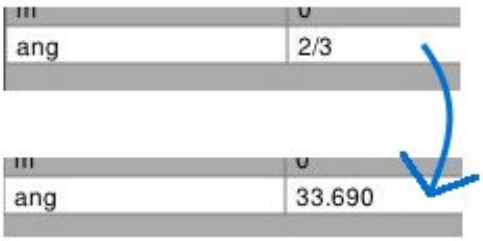
rd(m1,m2,d)	Calcula la distancia de la masa "m1" al centro de masa del sistema conformado por las masas "m1" y "m2", que están separadas la distancia "d".

Los números que se pasen como parámetros de estas funciones deben tener unidades consistentes. Por ejemplo, en la función '`hypot()`' ambos catetos deben estar en las mismas unidades, ya sean centímetros, metros, pulgadas, etc. Estas funciones pueden utilizarse en operaciones de suma, resta, multiplicación y división. En las operaciones matemáticas los espacios en blanco no están permitidos. Aquí algunos ejemplos:

```
8*cos(34)
hypot(4,3)-2
rd(3,6,40)*sin(30) @ cm
15*8/hypot(13,8)
```

Una vez ingresada la operación, FísicaLab llevara a cabo el cálculo y escribirá el resultado en la entrada. Obsérvese que es posible aplicar factores de conversión. Aunque estos también pueden aplicarse una vez efectuado el cálculo.

Los campos donde se ingresan ángulos no permiten las operaciones y funciones descritas anteriormente. Esto es porque estos campos tienen sus propias operaciones y funciones disponibles. Por ejemplo, FísicaLab permite ingresar los ángulos como pendientes (a/b), convirtiéndolos automáticamente a ángulos sexagesimales. Lo que es muy útil para los problemas de armaduras.



Para estos campos están disponibles dos funciones que permiten calcular un ángulo a partir de otras relaciones. Estas funciones son:

acos(a/c)	Calcula el ángulo sexagesimal cuyo coseno es la relación "a/c".

asin(b/c)	Calcula el ángulo sexagesimal cuyo seno es la relación "b/c".

Si una operación se ingresa de forma incorrecta, si por ejemplo contiene espacios o contiene una función con un número incorrecto de parámetros, FísicaLab no hará nada y tomara esa cadena de caracteres como una incógnita.

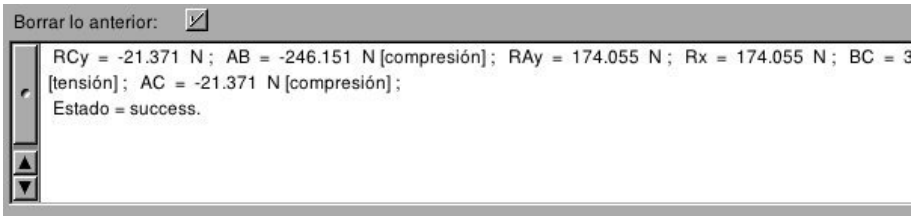
Precaución: *FísicaLab no emitirá ningún mensaje de advertencia si se utiliza un factor de conversión inadecuado. Si, por ejemplo, para un dato de longitud se utiliza una conversión de masa, FísicaLab utilizara dicha conversión provocando con ello un error en el resultado.*

1.3 Funcionamiento de FísicaLab

FísicaLab trabaja sobre la base *número de ecuaciones = número de incógnitas*, Teniendo esto en mente, y una vez que se conocen las características de los elementos, es fácil plantear los problemas. Sin embargo, en caso de que no se satisfaga esta condición, FísicaLab mostrara el mensaje **"El sistema es indeterminado"** en el visor de texto. En general, no hay que preocuparse en cumplir con esta condición, solamente hay que tener en mente que si aparece dicho mensaje, es porque se ha colocado un dato numérico donde debe ir una incógnita. En los ejemplos correspondientes a cada módulo se trata esto con más claridad.

1.4 Mensajes en el visor de texto

FísicaLab mostrara diversos mensajes en el visor de texto cuando un problema este mal planteado. Sin embargo, siempre aparecerá un mensaje después de los resultados encontrados, indicando el estado del cálculo, como se muestra en la siguiente imagen:



La última línea que dice **"Estado = success"**, indica que el cálculo fue exitoso. Cualquier otro estado del cálculo que no sea *success*, significa o que el problema planteado no tiene solución, o que ocurrió un error inesperado.

2 Módulo de cinemática de partículas

Los factores de conversión disponibles en este módulo para el sistema SI son:

km	kilómetro
cm	centímetro
mm	milímetro
mi	milla
ft	pie
in	pulgada
h	hora
min	minuto
km/h	kilómetros por hora
cm/s	centímetros por segundo
mm/s	milímetros por segundo
mph	millas por hora
ft/s	pies por segundo
in/s	pulgadas por segundo
kt	nudo
cm/s2	centímetros por segundo al cuadrado
mm/s2	milímetros por segundo al cuadrado
ft/s2	pies por segundo al cuadrado
in/s2	pulgadas por segundo al cuadrado

Y los disponibles para el sistema Inglés son:

km	kilómetro
m	metro
cm	centímetro
mm	milímetro
mi	milla
in	pulgada
h	hora
min	minuto
km/h	kilómetros por hora
m/s	metros por segundo
cm/s	centímetros por segundo
mm/s	milímetros por segundo
mph	millas por hora
in/s	pulgadas por segundo
kt	nudo
m/s2	metros por segundo al cuadrado
cm/s2	centímetros por segundo al cuadrado
mm/s2	milímetros por segundo al cuadrado
in/s2	pulgadas por segundo al cuadrado

Este módulo consta de 15 elementos, los cuales se presentan a continuación con una descripción de cada uno, los datos que necesitan y el número de ecuaciones que establece cada uno.

2.1 Sistema de referencia fijo



Este elemento establece el sistema de referencia fijo, con el eje X horizontal y positivo a la derecha y el eje Y vertical y positivo hacia arriba.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

t: Tiempo final del problema planteado.

2.2 Sistema de referencia móvil



Es un sistema de referencia móvil, con movimiento general. Es decir, con velocidad en los ejes X e Y. Sus ejes son paralelos a los del sistema de referencia fijo, y tienen los mismos sentidos.

Ecuaciones: 4

Datos:

Nombre: Nombre del sistema móvil.

Objeto: Nombre del objeto que se mueve en el sistema móvil.

xsi: Coordenada X inicial del origen del sistema móvil.

ysi: Coordenada Y inicial del origen del sistema móvil.

vsx: Velocidad en X del sistema móvil.

vsy: Velocidad en Y del sistema móvil.

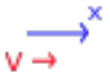
xof: Coordenada X final del objeto en relación al sistema fijo.

yof: Coordenada Y final del objeto en relación al sistema fijo.

vxof: Velocidad final en X del objeto en relación al sistema fijo.

vyof: Velocidad final en Y del objeto en relación al sistema fijo.

2.3 Sistema de referencia móvil en X/Y





Sistemas de referencia móviles, que se mueven a lo largo de los ejes X e Y, respectivamente. Sus ejes son paralelos a los del sistema de referencia fijo, y tienen los mismos sentidos.

Ecuaciones: 2

Datos:

Nombre:	Nombre del sistema móvil.
Objeto:	Nombre del objeto que se mueve en el sistema móvil.
xsi (ysi):	Coordenada X (Y) inicial del origen del sistema móvil.
vsx (vsy):	Velocidad en X (Y) del sistema móvil.
xof (yof):	Coordenada X (Y) final del objeto en relación al sistema fijo.
vxof (vyof):	Velocidad final en X (Y) del objeto en relación al sistema fijo.

2.4 Móvil



Móvil con movimiento general, que puede estar acelerado tanto en el eje X, como en el Y.

Ecuaciones: 4

Datos:

Nombre:	Nombre del móvil.
ax:	Aceleración en el eje X.
ay:	Aceleración en el eje Y.
xi:	Coordenada inicial en X.
yi:	Coordenada inicial en Y.
vxi:	Velocidad inicial en X.
vyi:	Velocidad inicial en Y.
ti:	Tiempo al que comienza el movimiento del móvil.
xf:	Coordenada X final.
yf:	Coordenada Y final.
vxf:	Velocidad final en X.
vyf:	Velocidad final en Y.

2.5 Móvil en X/Y





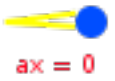
Móviles que pueden estar acelerados, y que se mueven a lo largo de los ejes X e Y, respectivamente.

Ecuaciones: 2

Datos:

Nombre:	Nombre del móvil.
ax (ay):	Aceleración en X (Y).
xi (yi):	Coordenada inicial en X (Y).
vxi (vyi):	Velocidad inicial en X (Y).
ti:	Tiempo al que comienza el movimiento del móvil.
xf (yf):	Coordenada final en X (Y).
vxf (vyf):	Velocidad final en X (Y).

2.6 Móvil en X/Y con velocidad constante





Móviles con velocidad constante que se mueven a lo largo de los ejes X e Y, respectivamente.

Ecuaciones: 1

Datos:

Nombre:	Nombre del móvil.
xi (yi):	Coordenada inicial en X (Y).
xf (yf):	Coordenada final en X (Y).
ti:	Tiempo al que comienza el movimiento del móvil.
vx (vy):	Velocidad constante en X (Y).

2.7 Cañon



Cañón para simular tiros parabólicos. Los datos de ángulos se miden desde el eje X positivo, siendo la dirección positiva la contraria al movimiento de las manecillas del reloj.

Ecuaciones: 4

Datos:

Nombre:	Nombre del cañón o proyectil.
ax:	Aceleración en el eje X.
ay:	Aceleración en el eje Y.
xi:	Coordenada inicial en X.
yi:	Coordenada inicial en Y.
vi:	Velocidad de lanzamiento o inicial.
angi:	Ángulo inicial o de lanzamiento.
ti:	Tiempo al que se realiza el lanzamiento o disparo.
xf:	Coordenada X final.
yf:	Coordenada Y final.
vf:	Magnitud de la velocidad final.
angf:	Ángulo del vector velocidad final.

2.8 Móvil radial



Móvil con velocidad y aceleración a lo largo de la dirección indicada. El dato del ángulo se mide desde el eje X positivo, siendo la dirección positiva la contraria al movimiento de las manecillas del reloj.

Ecuaciones: 3

Datos:

Nombre:	Nombre del móvil.
a:	Aceleración radial (a lo largo de la dirección del movimiento) del móvil.
angf:	Ángulo que determina la dirección del movimiento.
xi:	Coordenada inicial en X.
yi:	Coordenada inicial en Y.
vi:	Velocidad inicial (a lo largo de la dirección indicada).
ti:	Tiempo al que comienza el movimiento del móvil.
xf:	Coordenada X final.
yf:	Coordenada Y final.
vf:	Velocidad final (a lo largo de la dirección indicada).

2.9 Distancia



Utilizado para medir la distancia entre móviles, al tiempo final. O entre un móvil y un punto.

Ecuaciones: 1

Datos:

Objeto 1:	Nombre del primer objeto.
Objeto 2:	Nombre del segundo objeto.
d:	Distancia entre los objetos (cantidad positiva).

2.10 Distancia XY



Utilizado para medir la distancia a lo largo de un eje (X o Y) de dos coordenadas de posición.

Ecuaciones: 1

Datos:

x1 (y1):	Coordenada X o Y del primero de los objetos.
x2 (y2):	Coordenada X o Y del segundo de los objetos.
x1 - x2 (y1 - y2):	Diferencia entre x1 y x2 (o entre y1 y y2).

2.11 Punto



Punto de referencia para medir distancias.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

xf: Coordenada X del punto.

yf: Coordenada Y del punto.

2.12 Velocidad relativa



Mide el vector velocidad relativa (magnitud y ángulo) del Objeto 1 al Objeto 2. El dato del ángulo es medido desde el eje X positivo en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj.

Ecuaciones: 2

Datos:

Objeto 1: Objeto cuya velocidad relativa se busca.

Objeto 2: Objeto respecto al que se mide la velocidad relativa.

v: Magnitud del vector velocidad relativa.

ang: Ángulo del vector velocidad relativa.

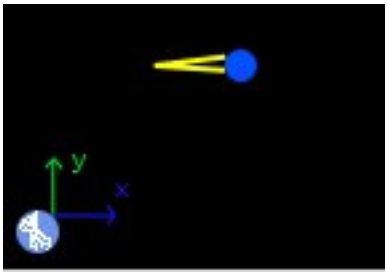
3 Ejemplos de cinemática de partículas

3.1 Ejemplo 1

Un automóvil parte del reposo con una aceleración de 3 m/s2, ¿Que velocidad, en km/h, tiene después de 7 segundos? ¿Que distancia en metros a recorrido?

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Cinemática y, dentro de este, el módulo Puntual (este es el módulo seleccionado por defecto). Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Seleccionamos entonces el sistema de unidades SI (el sistema de unidades por defecto). Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Móvil en X y un Sistema de referencia fijo, como muestra la siguiente imagen:



En el elemento Sistema de referencia fijo, el tiempo final es un dato conocido, 7 segundos. Por lo que colocamos 7.

tf 7

En el elemento Móvil en X, colocamos como nombre del móvil *Auto* (en realidad, este dato es irrelevante para este ejemplo). Asumimos que el móvil se mueve en la dirección del eje X positivo, y que parte del origen al tiempo 0. Con esto, en aceleración colocamos la aceleración dada, 3. Para el dato de coordenada inicial en X, dejamos 0. En el dato de velocidad inicial, dejamos también el valor 0. Para el dato del tiempo en que comienza a moverse el auto, dejamos también 0. Para el dato de coordenada X final, coloquemos d (de distancia). Y para la velocidad final colocamos:

```
vf @ km/h
```

Los datos ingresados quedan como:

Nombre	Auto
ax	3
xi	0
vxi	0
ti	0
xf	d
vxf	vf @ km/h

Una vez ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver, y FísicaLab mostrara el resultado.

```
d = 73.500 m ;  vf = 75.600 km/h ;
Estado = success.
```

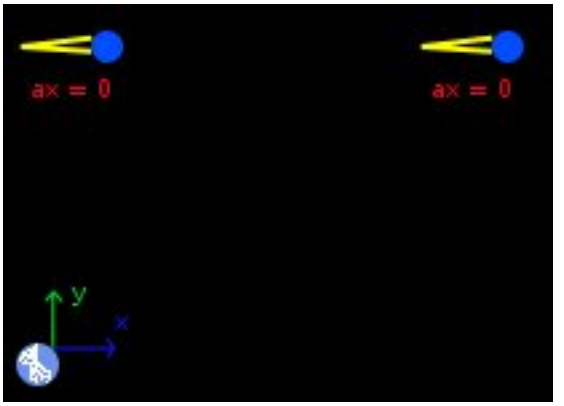
En caso de que se obtenga un mensaje de error, verifíquese que los datos estén ingresados correctamente.

3.2 Ejemplo 2

Un automóvil parte de un punto B a una velocidad de 75 km/h, hacia el este. 8 minutos después, un segundo automóvil parte de un punto A, a 5 km al oeste del punto B, con una velocidad de 88 km/h y también hacia el este. ¿En cuantos minutos este último auto le da alcance al que salió de B? ¿A que distancia, en km, se encuentran del punto A en ese momento?

Solución con FísicaLab

Una vez seleccionado el módulo correspondiente y el sistema de unidades, borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos ahora dos elementos Móvil en X con velocidad constante, y un elemento Sistema de referencia fijo, como se muestra en la siguiente imagen:



Donde el elemento de la izquierda es el auto que sale de A. Ahora en el elemento Sistema de referencia fijo, colocamos:

tf t @ min

para el tiempo final, ya que el tiempo final es una incógnita, y queremos el resultado en minutos. En el elemento Móvil en X con velocidad constante de la izquierda, colocamos los datos del auto que sale de A. El cual supondremos que esta en el origen del sistema de referencia. Por tanto, sus datos quedan de la siguiente forma:

Nombre Auto A

xi 0

xf d @ km

ti 8 @ min

vx	88 @ km/h

Y para el auto que sale de B tenemos:

Nombre	Auto B
xi	5 @ km
xf	d @ km
ti	0
vx	75 @ km/h

Obsérvese que la coordenada inicial para este auto, esta a 5 km del origen (hacia el este del punto A), puesto que esa es la distancia que inicialmente separa a los autos. Obsérvese también que la incógnita para la distancia final se a colocado en los dos autos con el factor de conversión para kilómetros. Si el factor se coloca sólo en uno de los autos, FísicaLab entenderá que se trata de incógnitas diferentes. Pero en este caso, es la misma incógnita, la distancia a la que el auto que sale de A le da alcance al auto que sale de B. Ingresados los datos correctamente, damos un clic en el icono de Resolver, para obtener la solución:

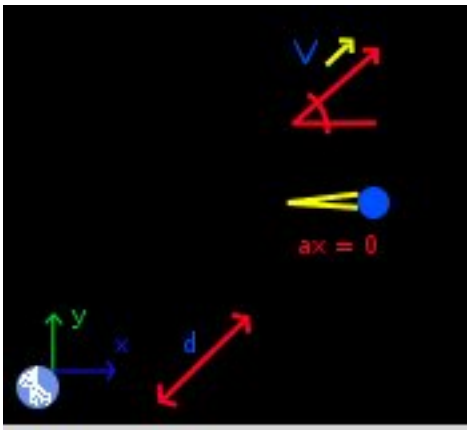
```
d = 101.538 k m ;  t = 77.231 min ;
Estado = success.
```

3.3 Ejemplo 3

Dos autos salen del mismo punto, uno con velocidad de 80 km/h a 50 grados del este, en dirección nor-este. El otro a una velocidad de 95 km/h hacia el este. ¿En que instante, a partir del momento en que salen, están separados 50 km? De la respuesta en minutos.

Solución con FísicaLab

Una vez seleccionado el módulo correspondiente y el sistema de unidades, borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos ahora un elemento Móvil Radial, un elemento Móvil en X con velocidad constante, un elemento Sistema de referencia fijo, y un elemento Distancia como se muestra en la siguiente imagen:



El tiempo en el elemento Sistema de referencia fijo es, por supuesto, una incógnita. Por lo tanto escribimos:

tf	t @ min

Suponiendo que los dos automóviles parten desde el origen del sistema coordenado al tiempo 0, tenemos, para el móvil radial, los siguientes datos:

Nombre	Auto 1
a	0
angf	50
xi	0
yi	0
vi	88 @ km/h

ti	0
xf	xf1
yf	yf1
vf	vf1

Para este ejemplo, el nombre del móvil es importante, ya que necesitamos hacer referencia a el posteriormente. Ponemos, por tanto, el nombre de *Auto 1*. Este elemento tiene además un campo para la aceleración. Sin embargo, como el auto va a velocidad constante, se ha puesto 0. Los datos para coordenada X final y Y final, son incógnitas, aunque el problema no los pida. Por lo tanto se colocan como tal, xf1 (coordenada X final del auto 1) y yf1 (coordenada Y final del auto 1). El dato para la velocidad final, debemos colocarlo como incógnita, ya que al tener el elemento un dato para la aceleración, FísicaLab asume que la velocidad final debe ser diferente a la inicial (y para cumplir con el requisito de número de ecuaciones = número de incógnitas). Claro esta, que al ser 0 la aceleración, la velocidad final sera igual a la inicial. Ahora, para el móvil en X a velocidad constante, tenemos los datos:

Nombre	Auto 2
xi	0
xf	xf2
ti	0
vx	95 @ km/h

Este móvil lleva el nombre *Auto 2*. Y su coordenada X final es una incógnita, xf2 (coordenada final del auto 2). Y para el elemento distancia:

Objeto 1	Auto 1
Objeto 2	Auto 2
d	50 @ km

Donde Objeto 1 y Objeto 2 son, respectivamente, el *Auto 1* y el *Auto 2*. Y *d* es la distancia entre el Objeto 1 y el Objeto 2, que en este caso es de 50 kilómetros.

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
xf1 = 36447.231 m ;  yf1 = 43436.119 m ;
vf1 = 24.444 m/s ;  t = 38.660 min ;
```

```
xf2 = 61212.198 m ;
Estado = success.
```

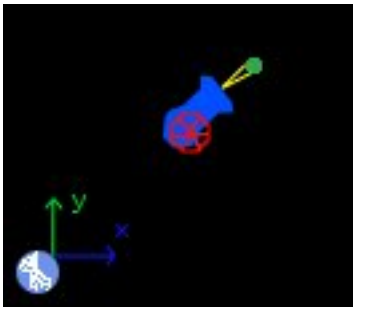
Donde el dato que nos interesa es t = 38.660 min.

3.4 Ejemplo 4

Un proyectil se dispara a un ángulo de 35 grados con una velocidad inicial de 17 m/s. Se desea conocer su altura máxima y el alcance del proyectil (suponiendo que cae al mismo nivel del que fue lanzado).

Solución con FísicaLab

Una vez seleccionado el módulo correspondiente y el sistema de unidades, borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos entonces un elemento Cañón y un Sistema de referencia fijo.



El tiempo final es una incógnita, tenemos entonces para el Sistema de referencia fijo:

tf	t

Ahora bien, se nos pregunta la altura máxima y el alcance horizontal, datos que corresponden a tiempos diferentes. Por lo que deberemos plantear primero el problema para encontrar la altura máxima, y luego replantearlo para encontrar el alcance horizontal.

Solución para la altura máxima

Para este caso, el elemento Cañón tiene los siguientes datos:

Nombre	Proyectil
ax	0
ay	-9.81
xi	0
yi	0
vi	17

angi	35
ti	0
xf	xf
yf	yf
vf	vf
angf	0

El nombre del móvil es *Proyectil* (este dato es irrelevante para este ejemplo). La aceleración en X es 0, pero la aceleración en Y es la de la gravedad -9.81. Recordemos que el eje Y es positivo hacia arriba, por lo tanto la gravedad debe llevar signo negativo. Suponemos que el proyectil parte del origen del sistema coordenado, y por lo tanto xi y yi son ambos 0. La velocidad inicial es de 17. El ángulo de lanzamiento es de 35 grados, el tiempo al cual ocurre el lanzamiento lo suponemos 0. Las coordenadas xf y yf son ambas incógnitas, así como la velocidad final, vf. Pero sabemos que en el punto más alto de la trayectoria, el vector velocidad es horizontal (ángulo de elevación 0). Por lo que colocamos 0 para el dato angf (ángulo final).

Ingresados los datos. damos clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
xf = 13.842 m ;  yf = 4.846 m ;  vf = 13.926 m/s ;
t = 0.994 s ;
Estado = success.
```

Donde el dato que nos interesa es yf = 4.846 m. Multiplicando el resultado xf por dos, podemos obtener el alcance horizontal. Sin embargo, veremos como replantear el problema para obtener este resultado directamente.

Solución para el alcance horizontal

Hay varias formas de proceder para encontrar el alcance horizontal. Aquí procederemos de la siguiente forma. Sabemos que cuando el objeto caiga al suelo, su altura final, yf, sera 0. La velocidad al tocar el suelo la conocemos, pero la dejaremos como incógnita. El ángulo también lo conocemos, pero lo dejaremos como incógnita. De esta forma, el elemento Cañón queda de la siguiente forma:

Nombre	Proyectil
ax	0
ay	-9.81
xi	0

yi	0
vi	17
angi	35
ti	0
xf	xf
yf	0
vf	vf
angf	angf

Damos clic en el icono de Resolver y obtenemos la solución:

```
xf = 27.683 m ;  vf = 17.000 m/s ;  angf = -35.000 grados ;
t = 1.988 s ;
Estado = success.
```

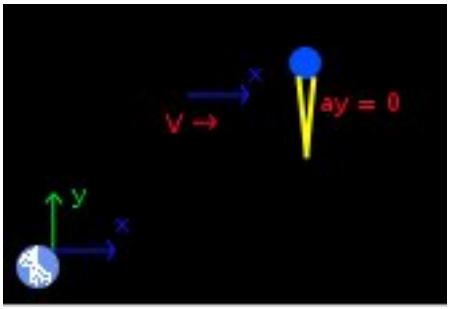
NOTA: *Si se deseara conocer en que momento el proyectil esta a una altura de, por ejemplo, 2 metros. Debemos primero decidir que parte de la trayectoria nos interesa. Ya que hay dos soluciones, una cuando el proyectil va ascendiendo y otra cuando va descendiendo. Si partimos del momento del lanzamiento, FísicaLab nos dará la respuesta para cuando el proyectil va ascendiendo. Pero, si se desea el dato para cuando va descendiendo, debe elegirse como punto de partida una posición igual o posterior, a la que tiene cuando alcanza los 2 metros de altura en el ascenso. Uno de estos puntos puede ser, por ejemplo, la posición que tiene cuando alcanza la altura máxima.*

3.5 Ejemplo 5

Un joven desea cruzar nadando un río que tiene un ancho de 25 metros, y cuya corriente tiene una velocidad de 7 m/s. Si el joven puede nadar a una velocidad de 2 m/s, y parte en dirección perpendicular a la orilla del río. ¿Que tiempo, en segundos, le toma cruzar el río? ¿Que distancia, en metros, lo arrastra el río durante ese tiempo?

Solución con FísicaLab

Primero que nada, debemos notar que el río constituye un sistema de referencia móvil, y que la velocidad del nadador es en relación a este sistema de referencia. Teniendo esto claro, suponemos que el río se mueve en la dirección del eje X positivo, y que el nadador avanza en la dirección del eje Y positivo, dentro del sistema de referencia móvil. Con esto establecido, borramos la Pizarra, seleccionamos el sistema SI, y agregamos un elemento Móvil en Y con velocidad constante, un elemento Sistema de referencia móvil en X, y un Sistema de referencia fijo, como muestra la siguiente imagen:



Como el tiempo final es una incógnita, lo colocamos como tal en el Sistema de referencia fijo:

tf	t

Para el Móvil en Y con velocidad constante, que representa al nadador, tenemos:

Nombre	Nadador
yi	0
yf	25
ti	0
vy	2

Donde la coordenada final en Y, yf, es el ancho del río. Y su velocidad es de 2 m/s. Por último, para el Sistema de referencia móvil en X, tenemos:

Nombre	Sistema movil
Objecto	Nadador
xsi	0
vsx	7
xof	xf
vxof	vf

Donde el nombre, *Sistema móvil*, es irrelevante para este ejemplo. En Objeto, colocamos Nadador, el nombre del móvil cuyos datos están medidos en relación a este sistema móvil. La coordenada inicial para este sistema móvil, xsi, la colocamos por simplicidad en 0. Su velocidad en X, vsx, en relación al sistema fijo (la orilla) es de 7 m/s. La coordenada final en X del objeto, xof, en este caso el nadador, es una incógnita, por lo que colocamos xf. La velocidad final en X del objeto, vxof, la colocamos como una incógnita, aunque sabemos que es de 7 m/s, por no tener la velocidad del nadador una componente en X. Pero la colocamos como incógnita para satisfacer número de incógnitas = número de ecuaciones. Dando un clic en el icono de Resolver, obtenemos la solución:

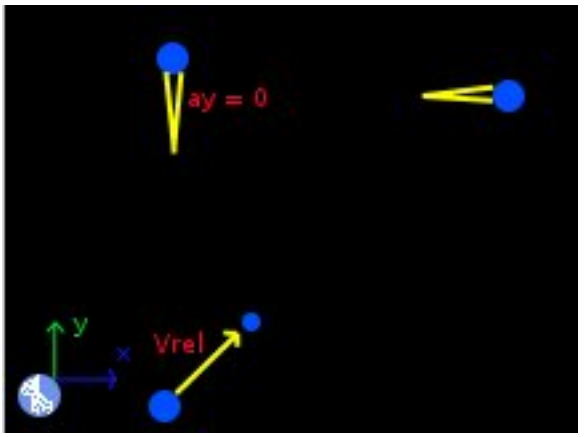
```
t = 12.500 s ;  xf = 87.500 m ;  vf = 7.000 m/s ;
Estado = success.
```

3.6 Ejemplo 6

Dos autos, A y B, parten al mismo tiempo de un punto. El auto A viaja hacia el norte con una velocidad constante de 80 km/h. El B parte hacia el este con una aceleración de 4 m/s2. ¿Cual es la velocidad del auto A, relativa al auto B, 13 segundos después de haber partido?

Solución con FísicaLab

Una vez seleccionado el módulo correspondiente y el sistema de unidades, borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos entonces un elemento Móvil en Y con velocidad constante, un elemento Móvil en X, un elemento Velocidad relativa, y un Sistema de referencia fijo, como muestra la siguiente imagen:



Como el tiempo final es conocido, tenemos para el elemento Sistema de referencia fijo:

tf	13

Para el elemento Móvil en Y con velocidad constante tenemos:

Nombre	Auto A
yi	0
yf	yf
ti	0
vy	80 @ km/h

Donde la coordenada Y final es una incógnita. En el elemento Móvil en X:

Nombre	Auto B
ax	4
xi	0
vxi	0
ti	0
xf	xf
vxf	vxf

Tanto la coordenada X final, como la velocidad final en X son incógnitas. Y para el elemento Velocidad relativa:

Objeto 1	Auto A
Objeto 2	Auto B
v	v
ang	ang

Donde tanto la magnitud como la dirección de la velocidad relativa, son incógnitas. Ingresados los datos, damos clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

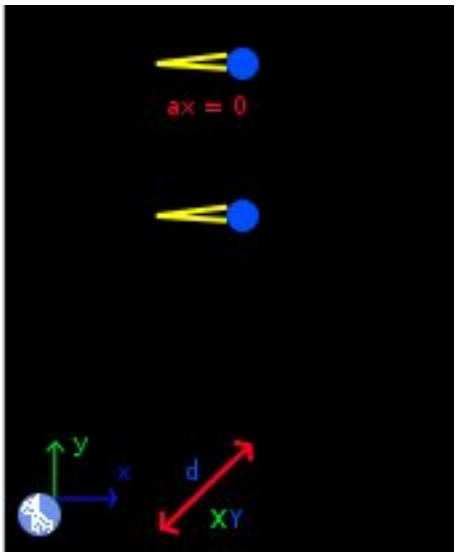
```
v = 56.549 m/s ;  ang = 156.861 grados ;  xf = 338.000 m ;
vxf = 52.000 m/s ;  yf = 288.889 m ;
Estado = success.
```

3.7 Ejemplo 7

Un auto A que viaja a una velocidad de 110 km/h pasa al lado de un auto B estacionado al lado de la carretera. 4 segundos después, el auto B comienza a moverse con una aceleración de 2.6 m/s2 en persecución del auto A. ¿Cuantos segundos transcurren hasta que el auto B esta 5 metros detrás del auto A?

Solución con FísicaLab

Una vez seleccionado el módulo correspondiente y el sistema de unidades, borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos entonces un elemento Móvil en X con velocidad constante, un elemento Móvil en X, un elemento Distancia XY, y un Sistema de referencia fijo, como muestra la siguiente imagen:



Como el tiempo final es desconocido, tenemos para el elemento Sistema de referencia fijo:

tf	t

Suponiendo que ambos autos se mueven en la dirección positiva del eje X y que parten del origen, para el elemento Móvil en X con velocidad constante, que corresponde al auto A, tenemos:

Nombre	Auto A
xi	0
xf	xfA

ti	0
vx	110 @ km/h

Para el elemento Móvil en X, que corresponde al auto B, tenemos:

Nombre	Auto B
ax	2.6
xi	0
vxi	0
ti	4
xf	xfB
vxf	vfB

Y para el elemento Distancia XY:

x1 (y1)	xfA
x2 (y2)	xfB
x1 - x2 (y1 - y2)	5

Ingresados los datos, damos clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
t = 30.861 s ;  xfA = 942.981 m ;  xfB 937.981 ;
vfB = 69.839 m/s ;
Estado = success.
```

4 Módulo de cinemática circular

Los factores de conversión disponibles en este módulo para el sistema SI son:

km	kilómetro
cm	centímetro
mm	milímetro
mi	milla
ft	pie
in	pulgada
h	hora
min	minuto
km/h	kilómetros por hora
cm/s	centímetros por segundo
mm/s	milímetros por segundo
mph	millas por hora
ft/s	pies por segundo
in/s	pulgadas por segundo
kt	nudo
cm/s2	centímetros por segundo al cuadrado
mm/s2	milímetros por segundo al cuadrado
ft/s2	pies por segundo al cuadrado
in/s2	pulgadas por segundo al cuadrado
rad	radian
rpm	revoluciones por minuto

Y los disponibles para el sistema Inglés son:

km	kilómetro
m	metro
cm	centímetro
mm	milímetro
mi	milla
in	pulgada
h	hora
min	minuto
km/h	kilómetros por hora
m/s	metros por segundo
cm/s	centímetros por segundo
mm/s	milímetros por segundo
mph	millas por hora
in/s	pulgadas por segundo
kt	nudo
m/s2	metros por segundo al cuadrado
cm/s2	centímetros por segundo al cuadrado
mm/s2	milímetros por segundo al cuadrado
in/s2	pulgadas por segundo al cuadrado
rad	radian
rpm	revoluciones por minuto

Este módulo consta de 14 elementos, los cuales se presentan a continuación con una descripción de cada uno, los datos que necesitan y el número de ecuaciones que establece cada uno.

4.1 Sistema de referencia fijo



Este elemento establece el sistema de referencia fijo, con el eje X horizontal y positivo a la derecha y el eje Y vertical y positivo hacia arriba.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

t: Tiempo final del problema planteado.

4.2 Móvil con movimiento circular



Móvil con un movimiento circular (radio constante). Los ángulos se miden desde el eje X positivo, donde el sentido positivo es el contrario al movimiento de las manecillas del reloj. Asimismo, un valor positivo de la velocidad tangencial, indica que el móvil gira en sentido contrario a las manecillas del reloj.

Ecuaciones: 4

Datos:

Nombre:	Nombre del móvil.
C:	Punto que hace de centro para el movimiento circular. Si no se especifica ninguno, se toma el origen como centro de rotación.
r:	Radio de la circunferencia descrita.
aci:	Aceleración centrípeta al tiempo inicial.
at:	Aceleración tangencial.
angi:	Ángulo de la posición inicial del móvil.
vi:	Velocidad tangencial inicial.
ti:	Tiempo al que comienza a moverse el móvil.
angf:	Ángulo de la posición final del móvil.
vf:	Velocidad tangencial final.
acf:	Aceleración centrípeta al tiempo final.

4.3 Móvil con movimiento polar



Móvil con un movimiento circular descrito según coordenadas polares. Los ángulos se miden desde el eje X positivo, donde el sentido positivo es el contrario al movimiento de las manecillas del reloj. Asimismo, un valor positivo de la velocidad angular, indica que el móvil gira en sentido contrario a las manecillas del reloj. Y un valor positivo de la velocidad radial, indica que el móvil se aleja del centro de rotación.

Ecuaciones: 4

Datos:

Nombre:	Nombre del móvil.
C:	Punto que hace de centro para el movimiento circular. Si no se especifica ninguno, se toma el origen como centro de rotación.
aa:	Aceleración angular.
ar:	Aceleración radial.
angi:	Ángulo de la posición inicial del móvil.
ri:	Radio inicial del móvil.
vai:	Velocidad angular inicial.
vri:	Velocidad radial inicial.
ti:	Tiempo al que comienza a moverse el móvil.
angf:	Ángulo de la posición final del móvil.
rf:	Radio final del móvil.
vaf:	Velocidad angular final.
vrf:	Velocidad radial final.

4.4 Velocidad angular



Mide la velocidad angular del móvil indicado. Solamente es aplicable a elementos Móvil con movimiento circular.

Ecuaciones: 2

Datos:
Objeto: Nombre del móvil a medir.

vangi: Velocidad angular al tiempo inicial.

vangf: Velocidad angular al tiempo final.

4.5 Aceleración angular



Mide la aceleración angular del móvil indicado. Solamente es aplicable a elementos Móvil con movimiento circular.

Ecuaciones: 1

Datos:
Objeto: Nombre del móvil a medir.

aang: Aceleración angular.

4.6 Aceleración total



Mide la aceleración total del móvil indicado. El ángulo se mide desde el radio vector en el sentido contrario a las manecillas del reloj.

Ecuaciones: 4

Datos:

Objeto:	Nombre del objeto a medir.
atoti:	Magnitud de la aceleración total al tiempo inicial.
aangi:	Ángulo del vector aceleración total al inicio.
atotf:	Magnitud de la aceleración total al tiempo final.
aangf:	Ángulo del vector aceleración total al final.

4.7 Frecuencia



Mide la frecuencia del móvil indicado. Para el caso de un móvil con aceleración tangencial o radial, la frecuencia calculada es el valor promedio.

Ecuaciones: 1

Datos:

Objeto:	Nombre del objeto a medir.
f:	Frecuencia.

4.8 Periodo



Mide el periodo del movimiento circular del móvil indicado. Para el caso de un móvil con aceleración tangencial o radial, el periodo calculado es el valor promedio.

Ecuaciones: 1

Datos:
Objeto: Nombre del objeto a medir.

T: Periodo.

4.9 Número de vueltas



Mide el número de vueltas realizadas por el móvil indicado.

Ecuaciones: 1

Datos:
Objeto: Nombre del objeto a medir.

n: Número de vueltas realizadas por el móvil.

4.10 Centro de rotación



Especifica un centro de rotación.

Ecuaciones: Ninguna

Datos:
Nombre: Nombre del punto.

x: Coordenada X del punto.

y: Coordenada Y del punto.

4.11 Distancia



Mide la distancia entre los móviles indicados al tiempo final.

Ecuaciones: 1

Datos:
Objeto 1: Nombre del primer objeto.

Objeto 2: Nombre del segundo objeto.

d: Distancia entre los móviles.

4.12 Longitud de arco



Mide la longitud del arco descrito por el móvil indicado. Para el caso de un móvil con movimiento radial, la longitud del arco recorrido es una aproximación.

Ecuaciones: 1

Datos:
Objeto: Nombre del móvil.

s: Longitud del arco descrito.

4.13 Coordenada



Obtiene la coordenada final del móvil indicado.

Ecuaciones: 2

Datos:
Objeto: Nombre del móvil a medir.

x: Coordenada X.

y: Coordenada Y.

4.14 Velocidad relativa



Mide la velocidad relativa del móvil Objeto1 en relación al móvil Objeto2. El ángulo se mide desde el eje X positivo, donde el sentido positivo es el contrario al movimiento de las manecillas del reloj. También puede utilizarse para medir la velocidad relativa (en este caso la velocidad total) de un elemento Móvil con movimiento circular polar en relación a su centro de rotación.

Ecuaciones: 2

Datos:

Objeto 1: Nombre del primer móvil.

Objeto 2: Nombre del segundo móvil.

v: Magnitud de la velocidad relativa.

ang: Ángulo del vector velocidad relativa.

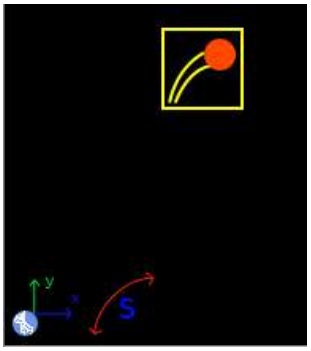
5 Ejemplos de cinemática circular de partículas

5.1 Ejemplo 1

Un móvil con movimiento circular uniforme recorre una circunferencia de radio 3 m con una velocidad tangencial constante de 27 m/s, ¿Cual es la aceleración centrípeta del móvil? ¿Que distancia en metros ha recorrido después de 6.3 segundos?

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Cinemática y, dentro de este, el módulo Circular. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Seleccionamos entonces el sistema de unidades SI (el sistema de unidades por defecto). Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Móvil con movimiento circular, un elemento Longitud de arco y un Sistema de referencia fijo, como muestra la siguiente imagen:



Para el elemento Sistema de referencia fijo tenemos:

tf 6.3

Ahora al elemento Móvil con movimiento circular lo llamaremos *Movil*. Y suponemos que su posición inicial es la que corresponde al ángulo 0. Asimismo, dejamos el centro como 0 (para este problema no es necesario establecer un centro de rotación). Los datos de velocidad final y aceleración centrípeta los ponemos como incógnitas, puesto que el elemento tiene un dato de aceleración tangencial y se asume que la velocidad final puede ser diferente a la inicial:

Nombre Movil

C	0
r	3
aci	aci
at	0
angi	0
vi	27
ti	0
angf	angf
vf	vf
acf	acf

Y para el elemento Longitud de arco el objeto a medir sera nuestro *Movil*, y la longitud del arco es por supuesto una incógnita:

Objeto	Movil
s	s

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener las respuestas:

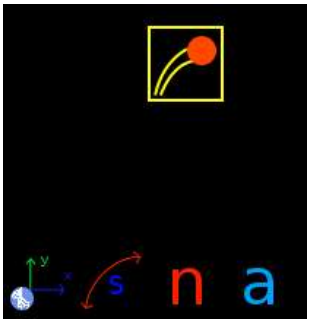
```
aci = 243.000 m/s2 ;  angf = 8.671 grados ;
vf = 27.000 m/s ;  acf = 243.000 m/s2 ;
s = 170.100 m ;
Estado = success.
```

5.2 Ejemplo 2

Un móvil parte del reposo describiendo un movimiento circular con radio de 4.7 m. Si la aceleración tangencial es de 1.6 m/s2, ¿Cuantos segundos necesita para recorrer una distancia de 256 m? ¿A cuantas vueltas equivale esa distancia? ¿Cual es su aceleración total en ese momento (después de recorrer los 256 m)?

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Cinemática y, dentro de este, el módulo Circular. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Seleccionamos entonces el sistema de unidades SI. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Móvil con movimiento circular, un elemento Longitud de arco, un elemento Número de vueltas, un elemento Aceleración total y un Sistema de referencia fijo, como muestra la siguiente imagen:



Como el tiempo es una incógnita, tenemos para el elemento Sistema de referencia fijo:

tf	t

Ahora para el elemento Móvil con movimiento circular, al que llamaremos *Movil*, asumimos que su posición inicial corresponde al ángulo 0. Tampoco establecemos un centro de rotación (no es necesario para este problema):

Nombre	Movil
C	0
r	4.7
aci	aci
at	1.6
angi	0

vi	0
ti	0
angf	angf
vf	vf
acf	acf

Para el elemento Longitud de arco:

Objeto	Movil
s	256

Para el elemento Número de vueltas tenemos:

Objeto	Movil
n	n

Y para el elemento Aceleración total:

Objeto	Movil
atoti	atoti
angi	aangi
atotf	atotf
angf	aangf

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener las respuestas:

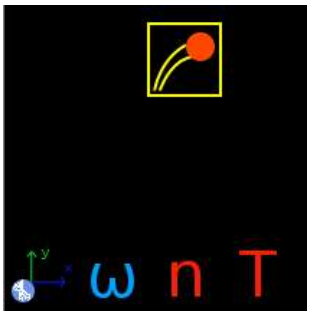
```
aci = -0.000 m/s2 ;  angf = 240.791 grados ;
vf = 28.622 m/s ;  acf = 174.298 m/s2 ;
t = 17.889 s ;  n = 8.669 rev ;
atoti = 1.600 m/s2 ;  aangi = 90.000 grados ;
atotf = 174.305 m/s2 ;  aangf = 179.474 grados ;
Estado = success.
```

5.3 Ejemplo 3

Un móvil con movimiento circular uniforme describe una circunferencia de radio 7.5 m. Si la velocidad angular del móvil es de 1.3 rad/s, ¿Cuantos segundos necesita para describir 9 giros? ¿Cual es su aceleración centrípeta? ¿Cual es su periodo?

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Cinemática y, dentro de este, el módulo Circular. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Seleccionamos entonces el sistema de unidades SI. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Móvil con movimiento circular, un elemento Velocidad angular, un elemento Número de vueltas, un elemento Periodo y un Sistema de referencia fijo, como muestra la siguiente imagen:



Como el tiempo es una incógnita, tenemos para el elemento Sistema de referencia fijo:

tf	t

Para el elemento Móvil con movimiento circular, que llamaremos *Movil*, tanto la velocidad inicial como la final son incógnitas (las respectivas aceleraciones centrípetas también son incógnitas):

Nombre	Movil
C	0
r	7.5
aci	0
at	0
angi	0
vi	vi

ti 0

angf angf

vf vf

acf acf

En el elemento Velocidad angular la velocidad angular 1.3 rad/s será la velocidad angular constante del móvil, puesto que este no tiene una aceleración tangencial. Sin embargo, para cumplir con la igualdad del número de incógnitas y el número de ecuaciones, colocamos este dato como velocidad angular inicial y dejamos el dato final como incógnita, aunque tenga el mismo valor:

Objeto Movil

vangi 1.3

vangf vangf

Para el elemento Número de vueltas:

Objeto Movil

n 9

Y para el elemento Periodo:

Objeto Movil

T T

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener las respuestas:

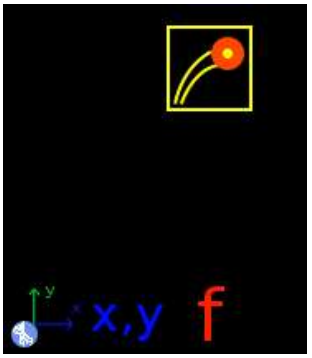
```
aci = 12.675 m/s2 ;  vi = 9.750 m/s ;
angf = 360.000 grados ;  vf = 9.750 m/s ;
acf = 12.675 m/s2 ;  t = 43.499 s ;
vangf = 1.300 rad/s ;  T = 4.833 1/hz ;
Estado = success.
```

5.4 Ejemplo 4

Un móvil parte del reposo desde el origen de un sistema coordenado, con una velocidad angular constante de 0.4 rad/s, una velocidad radial inicial de 0.2 m/s (en la dirección del eje X positivo) y con una aceleración radial de 0.12 m/s2. ¿Cual es la coordenada de su posición luego de 5 segundos? ¿Cual es su velocidad radial en ese momento? ¿A que distancia se encuentra del origen? ¿Cual es la frecuencia promedio de su movimiento circular?

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Cinemática y, dentro de este, el módulo Circular. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Seleccionamos entonces el sistema de unidades SI. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Móvil con movimiento circular polar, un elemento Coordenada, un elemento Frecuencia y un Sistema de referencia fijo, como muestra la siguiente imagen:



Como el tiempo es un dato conocido, tenemos para el elemento Sistema de referencia fijo:

tf 5

Ahora para el elemento Móvil con movimiento circular polar. Le colocamos el nombre *Movil*. Y su posición inicial corresponde al ángulo 0 (ya que la velocidad radial inicial tiene la dirección del eje X positivo). El centro lo dejamos establecido a 0, puesto que el móvil gira alrededor del origen. El radio inicial lo colocamos a 0 (puesto que parte del origen), la aceleración angular es también 0, y la velocidad angular final la colocamos como incógnita, ya que al haber un dato de aceleración angular se asume que la velocidad angular final puede ser diferente a la inicial. Y la velocidad radial final también queda establecida como incógnita:

Nombre	Movil
C	0
aa	0
ar	0.12
angi	0
ri	0
vai	0.4
vri	0.2
ti	0
angf	angf
rf	rf
vaf	vaf

Para el elemento Coordenada colocamos *Movil* como objeto a medir, y las coordenadas X y Y quedan como incógnitas:

Objeto	Movil
x	x
y	y

Y en el elemento Frecuencia el dato de frecuencia queda como incógnita:

Objeto	Movil
f	f

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener las respuestas:

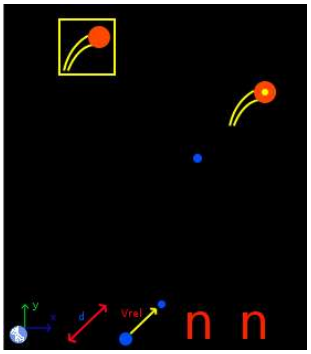
```
x = -1.040 m ;  y = 2.273 m ;  f = 0.064 hz ;
angf = 114.592 grados ;  rf = 2.500 m ;
vaf = 0.400 rad/s ;  vrf = 0.800 m/s ;
Estado = success.
```

5.5 Ejemplo 5

Un móvil A con movimiento circular uniforme, gira alrededor del origen describiendo una circunferencia de 83 cm con una velocidad tangencial de 0.7 m/s. En el momento en que dicho móvil esta a 59 grados sobre la horizontal, un móvil B parte del punto (10, 17)cm con una velocidad radial constante de 8 cm/s (en la dirección del eje X positivo), y una velocidad angular constante de 0.6 rad/s. 12 segundos después de la partida del móvil B, ¿Que distancia separa a ambos móviles? ¿Cual es la velocidad relativa del móvil B con respecto al móvil A? ¿Cuantas vueltas a descrito cada uno de los móviles?

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Cinemática y, dentro de este, el módulo Circular. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Seleccionamos entonces el sistema de unidades SI. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Móvil con movimiento circular, un elemento Móvil con movimiento circular polar, un elemento Centro de rotación, un elemento Distancia, un elemento Velocidad relativa, dos elementos Número de vueltas y un Sistema de referencia fijo, como muestra la siguiente imagen:



Para el elemento Sistema de referencia fijo tenemos:

tf	12

Para el elemento Móvil con movimiento circular (el móvil A que gira alrededor del origen), tenemos:

Nombre	A
C	0
r	83 @ cm
aci	aciA

at	0
angi	59
vi	0.7
ti	0
angf	angfA
vf	vfA
acf	acfA

El elemento Centro de rotación, que sera el centro del móvil B, queda como:

Nombre	Centro
x	10 @ cm
y	17 @ cm

Para el elemento Móvil con movimiento circular polar tenemos:

Nombre	B
C	Centro
aa	0
ar	0
angi	0
ri	0
vai	0.6
vri	8 @ cm/s
ti	0
angf	angfB
rf	rfB
vaf	vafB
vrf	vrfB

El elemento Distancia:

Objeto 1	A

Objeto 2 B

d d

Para el elemento Velocidad relativa tenemos:

Objeto 1 B

Objeto 2 A

v vrBA

ang angBA

Y los elementos Número de vueltas, uno para cada móvil:

Objeto A

n nA

Objeto B

n nB

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener las respuestas:

```
aciA = 0.590 m/s2 ;  angfA = 278.861 grados ;
vfA = 0.700 m/s ;  acfA = 0.590 m/s2 ;
d = 1.838 m ;  vrBA = 1.142 m/s ;
angBA = 164.452 grados ;  nA = 1.611 rev ;
nB = 1.146 rev ;  angfB = 52.530 grados ;
rfB = 0.960 m ;  vafB = 0.600 rad/s ;
vrfB = 0.080 m/s ;
Estado = success.
```

6 Módulo de estática de partículas

Los factores de conversión disponibles en este módulo para el sistema SI son:

cm	centímetro
g	gramo
slug	slug
T	tonelada métrica

Y los disponibles para el sistema Inglés son:

kg	kilogramo
g	gramo
in	pulgada
lb/in	libras por pulgada

En este módulo, las fuerzas (elementos Fuerza, Fricción o Resultante) se aplican a los objetos (elementos Bloque, Polea, Resorte o Punto), colocándolas en las celdas adyacentes a estos. Cada uno de estos objetos, si no se encuentra en los bordes de la Pizarra, tiene 8 celdas adyacentes. Este módulo esta constituido por 30 elementos, los cuales se presentan a continuación con una descripción de cada uno de ellos, de los datos que requieren, las fuerzas que admiten y el número de ecuaciones que establece cada uno. Obsérvese que algunos elementos establecen una o dos ecuaciones, dependiendo de las fuerzas aplicadas a el. Si todas las fuerzas aplicadas son horizontales, o verticales, se establece una ecuación, de lo contrario se establecen dos.

6.1 Sistema de referencia fijo



Establece el sistema de referencia estacionario, con el eje X horizontal y positivo hacia la derecha, y el eje Y vertical y positivo hacia arriba. Así como el valor de la gravedad (valor absoluto).

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

g:	Gravedad a utilizar. Por defecto se coloca el valor de la gravedad en el sistema seleccionado (9.81 m/s2 para SI, y 32.2 ft/s2 para el sistema Inglés).

6.2 Bloque



Un bloque con la masa indicada. Admite únicamente una fuerza de fricción, vertical u horizontal. Y no admite resultantes.

Ecuaciones: 1 ó 2

Datos:

m:	Masa del bloque.

6.3 Bloque en un plano inclinado a la izquierda



Un bloque con la masa indicada, colocado en un plano inclinado hacia la izquierda en el ángulo indicado. Admite únicamente una fuerza de fricción, paralela al plano inclinado. Y no admite resultantes.

Ecuaciones: 2

Datos:

m: Masa del bloque.

ang: Ángulo positivo que indica la inclinación del plano, medido desde la horizontal.

6.4 Bloque en un plano inclinado a la derecha



Un bloque con la masa indicada, colocado en un plano inclinado hacia la derecha en el ángulo indicado. Admite únicamente una fuerza de fricción, paralela al plano inclinado. Y no admite resultantes.

Ecuaciones: 2

Datos:

m: Masa del bloque.

ang: Ángulo positivo que indica la inclinación del plano, medido desde la horizontal.

6.5 Resortes



Resortes sin masa que obedecen la ley de Hooke. d es la longitud que el resorte esta estirado o comprimido. Es positiva si el resorte esta estirado y negativa si esta comprimido. Admite una o dos fuerzas en la dirección del resorte. En el caso de dos fuerzas, estas deben tener sentidos contrarios (comprimiendo el resorte o estirándolo) y la misma magnitud o incógnita. Y no admite fuerzas de fricción, ni resultantes. Si el resorte esta comprimido, el sentido de la fuerza aplicada, o fuerzas aplicadas, debe ser hacia el resorte. Si el resorte esta estirado, el sentido debe ser alejándose del resorte.

Ecuaciones: 1

Datos:

k:	Constante del resorte.
d:	Longitud que el resorte esta estirado o comprimido.

6.6 Polea



Una polea sin masa. No admite fuerzas de fricción, ni resultantes.

Ecuaciones: 1 ó 2

Datos:

Nombre:	Nombre de la polea (este dato no se utiliza en absoluto).

6.7 Punto estático

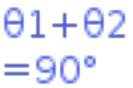


Un punto estático sin masa. No admite fuerzas de fricción.

Ecuaciones: 1 ó 2

Datos:
Nombre: Nombre del punto (este dato no se utiliza en absoluto).

6.8 Ángulos



Relaciona dos ángulos que deben ser complementarios. Ambos ángulos deben ser datos desconocidos.

Ecuaciones: 1

Datos:
ang1: Nombre que representa un ángulo.

ang2: Nombre que representa otro ángulo.

6.9 Fuerzas



Fuerzas con la dirección y sentido indicado por las flechas.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

f	Magnitud de la fuerza.
ang	Ángulo positivo que indica la dirección de la fuerza, medido desde la horizontal. Este dato sólo esta presente para las fuerzas oblicuas.

6.10 Fricciones



Fuerzas de fricción con la dirección y sentido indicado por las flechas. Las fuerzas de fricción oblicuas, para ser utilizadas con bloques en planos inclinados, se asumen paralelas a dichos planos.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

Normal:	Fuerza normal a partir de la cual se calcula la fricción.
u:	Coeficiente de fricción estática o dinámica.

6.11 Resultante vertical/horizontal



Resultantes en la dirección y sentido indicado por las flechas.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

f: Magnitud de la resultante.

6.12 Resultante



Resultante oblicua a los ejes del sistema de referencia.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

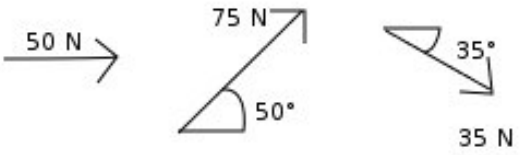
f: Magnitud de la resultante.

ang: Ángulo que determina la dirección de la resultante, medido desde el eje X positivo. La dirección positiva se toma en el sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj.

7 Ejemplos de estática de partículas

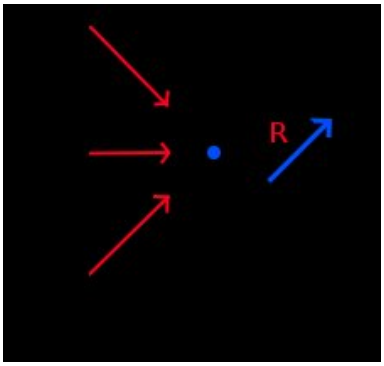
7.1 Ejemplo 1

Cual es la resultante de las siguientes tres fuerzas:



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Estática y dentro de este, el módulo Puntual. Seleccionamos también el sistema de unidades SI. Borramos todo lo que contenga la Pizarra y agregamos un elemento Punto, y le aplicamos las tres fuerzas indicadas: Un elemento Fuerza horizontal con sentido hacia la derecha, y dos Fuerzas oblicuas a los ejes. Y por último un elemento Resultante, tal y como se muestra en la siguiente imagen:



El dato para el elemento Punto es el Nombre, el cual es irrelevante en cualquier caso:

Nombre Punto

Para la fuerza horizontal tenemos:

f 50

La fuerza oblicua que apunta hacia arriba, corresponde a la fuerza de 75 Newtons a 50 grados. Tenemos, por tanto:

f 75

ang 50

La fuerza oblicua que apunta hacia abajo, corresponde a la fuerza de 35 Newtons a 35 grados. Tenemos, entonces:

f 35

ang 35

Y para el elemento Resultante, puesto que tanto la magnitud de la resultante como su dirección son incógnitas, tenemos:

f r

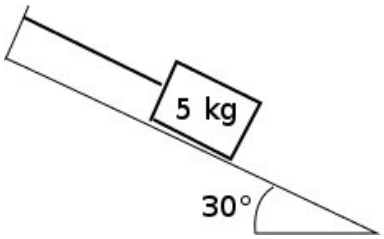
ang ang

Dando un clic en el icono de Resolver obtenemos la respuesta:

```
r = 132.271 N ;  ang = 16.415 grados ;
Estado = success.
```

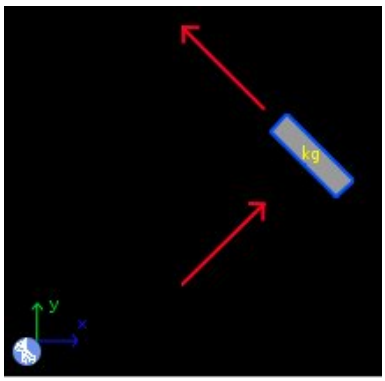
7.2 Ejemplo 2

Un bloque de 5 kg se encuentra sobre un plano inclinado a 30 grados, una cuerda evita que resbale por el mismo (ver figura). Si no hay fricción entre el plano y el bloque. ¿Que valor tiene la normal? ¿Cual es la tensión de la cuerda?



Solución con FísicaLab

Borramos el contenido de la Pizarra, seleccionamos el sistema de unidades SI, y agregamos un elemento Sistema de referencia fijo, y un elemento Bloque en un plano inclinado a la derecha. A este último le agregamos dos elementos Fuerza, para formar el diagrama de cuerpo libre del bloque, tal y como se muestra en la siguiente imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo coloca automáticamente el valor de la gravedad:

g 9.81

En el elemento Bloque en un pano inclinado a la derecha, debemos colocar la masa del bloque, y el ángulo que esta inclinado el plano:

m 5

ang 30

Para el elemento Fuerza oblicua que corresponde a la normal, colocamos como incógnita la magnitud de la fuerza, y en ang colocamos el ángulo de la normal. Para este caso, como el plano esta inclinado 30 grados, la normal esta a 60 grados de la horizontal:

f n

ang 60

Para la Fuerza oblicua que corresponde a la tensión de la cuerda, colocamos como incógnita la magnitud, y el ángulo de inclinación es el mismo que el del plano (puesto que la cuerda es paralela al plano):

f t

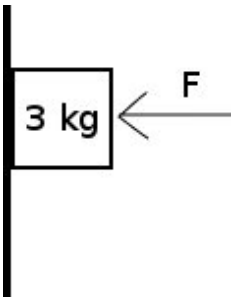
ang 30

Ingresados los datos, damos clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
t = 24.525 N ;  n = 42.479 ;
Estado = success.
```

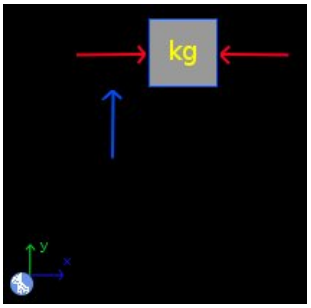
7.3 Ejemplo 3

Se apoya un bloque de 3 kilogramos contra una pared aplicando una fuerza horizontal F, como muestra la figura. Si el coeficiente de fricción estática entre el bloque y la pared es de 0.25, ¿Cual es la fuerza mínima F que debe aplicarse para que el bloque no resbale hacia abajo?



Solución con FísicaLab

Antes que nada, hay que notar que la fuerza mínima F, corresponde al caso cuando el peso del bloque es igual a la máxima fuerza de fricción. Por lo tanto, debemos usar un elemento Fricción para plantear el problema. Con esto en mente, borramos el contenido de la Pizarra, seleccionamos el sistema de unidades SI, y agregamos un elemento Sistema de referencia fijo, y un elemento Bloque. A este último le agregamos dos elementos Fuerza, y un elemento Fricción, para formar el diagrama de cuerpo libre del bloque, tal y como se muestra en la siguiente imagen:



Como sabemos, el elemento Sistema de referencia fijo coloca automáticamente el valor de la gravedad:

g 9.81

En el elemento Bloque, colocamos la masa del bloque:

m 3

El elemento Fuerza hacia la izquierda corresponde a la fuerza F que se desea encontrar. Por lo tanto, es una incógnita:

f F

El elemento Fuerza hacia la derecha es la normal aplicada por la pared, que es también una incógnita:

f n

Y en el elemento Fricción colocamos la normal a partir de la cual se calcula la fricción y el coeficiente de fricción estática:

Normal n

u 0.25

Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver para obtener la respuesta:

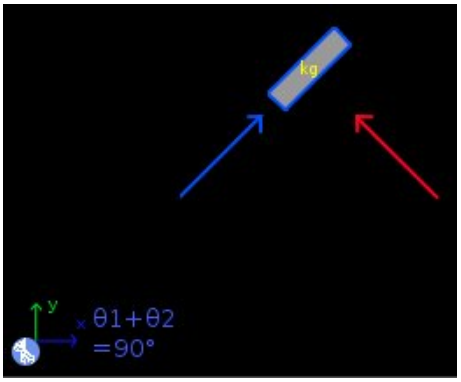
```
F = 117.720 N ;  n = 117.720 N ;
Estado = success.
```

7.4 Ejemplo 4

¿A que ángulo de inclinación comenzara a deslizarse un bloque de 3.7 kg cuando el coeficiente de fricción es de 0.39?

Solución con FísicaLab

Borramos el contenido de la Pizarra, seleccionamos el sistema de unidades SI, y agregamos un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Bloque en un plano inclinado (derecha o izquierda), un elemento Fuerza, un elemento Fricción y un elemento Ángulos. Y formamos el diagrama de cuerpo libre tal y como se muestra en la siguiente imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo agrega por defecto el valor de la gravedad. Para el elemento Bloque en un plano inclinado agregamos el dato de la masa, mientras que el dato del ángulo es una incógnita:

m	3.7
ang	ang1

Para el elemento Fuerza que representa la normal ambos datos son desconocidos:

f	normal
ang	ang2

Para el elemento Fricción, colocamos la normal a partir de la cual se calcula la fricción y el coeficiente:

Normal	normal
u	0.39

Y en el elemento Ángulos agregamos los dos ángulos desconocidos, ya que estos deben ser complementarios:

ang1 ang1

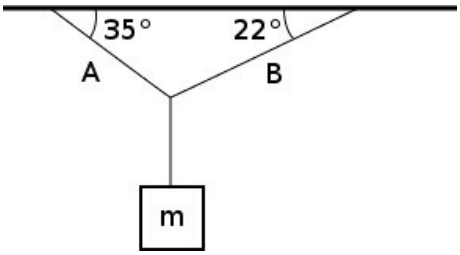
ang2 ang2

Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver para obtener la respuesta:

```
ang1 = 21.306 grados ;  ang2 = 68.694 ;
normal = 33.816 N ;
Estado = success.
```

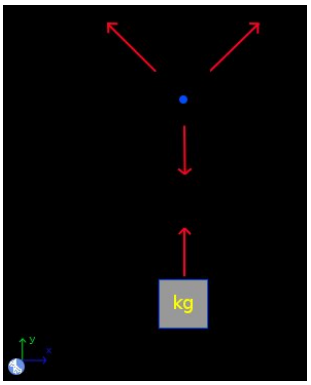
7.5 Ejemplo 5

Un bloque de masa m esta sostenido por una combinación de cuerdas como muestra la figura. Si la tensión en la cuerda A es de 2 Newtons, ¿Cual es la tensión en la cuerda B? ¿Y cual la masa del bloque?



Solución con FísicaLab

Borramos el contenido de la Pizarra, seleccionamos el sistema de unidades SI, y agregamos un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Punto, y un elemento Bloque. Al elemento Punto le agregamos tres elementos Fuerza, y al elemento Bloque solamente uno, para formar dos diagramas de cuerpo libre, tal y como se muestra en la siguiente imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo agrega por defecto el valor de la gravedad. El elemento Punto solamente tiene como dato el Nombre, el cual es irrelevante para cualquier caso. Para el elemento Fuerza oblicua que corresponde a la cuerda A, ponemos los datos proporcionados:

f	2
ang	35

Para el elemento Fuerza oblicua que corresponde a la cuerda B, colocamos el dato del ángulo, y dejamos como incógnita el valor de la fuerza:

f B

ang 22

Para el elemento Fuerza vertical, aplicada al elemento Punto, que corresponde a la tensión en la cuerda que sostiene al bloque, dejamos como incógnita el valor de dicha tensión:

f t

Para el elemento Bloque, dejamos como incógnita el dato de la masa:

m m

Y para el elemento Fuerza aplicado al bloque, colocamos la misma incógnita que para la fuerza vertical aplicada al punto (es la misma cuerda y por lo tanto la misma tensión):

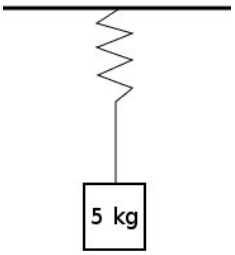
f t

Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver, para obtener la respuesta:

```
t = 1.809 N ;  B = 1.767 N ;  m = 0.184 kg ;
Estado = success.
```

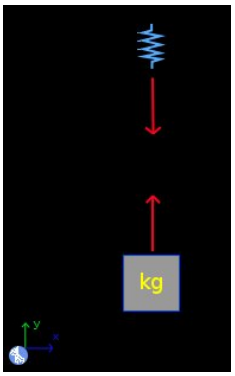
7.6 Ejemplo 6

Un bloque de 5 kilogramos cuelga de una cuerda amarrada a un resorte (ver figura). Si la constante del resorte es de 500 N/m ¿Cual es la tensión en la cuerda? ¿Que tanto se estira el resorte?



Solución con FísicaLab

Borramos el contenido de la Pizarra, seleccionamos el sistema de unidades SI, y agregamos un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Resorte, y un elemento Bloque. A cada uno de estos elementos, le agregamos un elemento Fuerza, para formas dos diagramas de cuerpo libre, tal y como se muestra en la siguiente imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo agrega automáticamente el valor de la gravedad. Para el elemento Bloque, colocamos el valor de la masa:

m 5

El valor de la fuerza aplicada al bloque es una incógnita, y la colocamos como tal:

f t

Para el elemento Resorte, colocamos el valor de la constante del resorte, y la distancia que se estira el mismo queda como incógnita:

k	500
d	d

El valor de la fuerza aplicada al resorte, es una incógnita. La misma incógnita de la fuerza aplicada al bloque (es la misma cuerda):

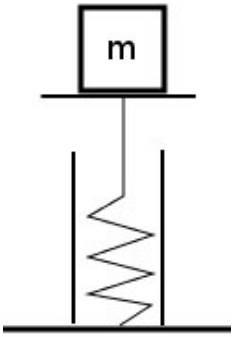
f	t

Ingresados los datos, damos clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
t = 49.050 N ;  d = 0.098 m ;
Estado = success.
```

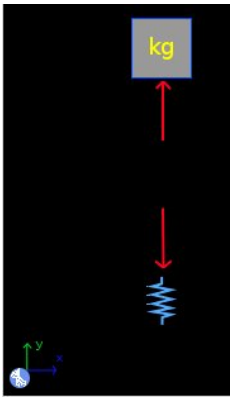
7.7 Ejemplo 7

Una resorte sostiene un bloque de masa desconocida (ver figura). Si la constante del resorte es de 150 N/m, y el resorte se ha comprimido 5 cm, ¿Cual es la masa del bloque en gramos?



Solución con FísicaLab

Borramos el contenido de la Pizarra, seleccionamos el sistema de unidades SI, y agregamos un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Resorte, y un elemento Bloque. A estos dos últimos elementos, les agregamos un elemento Fuerza, para formas dos diagramas de cuerpo libre, tal y como se muestra en la siguiente imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo agrega automáticamente el valor de la gravedad. Para el elemento Bloque, la masa es una incógnita, y por lo tanto, la colocamos como tal:

m m @ g

Se ha colocado la conversión para gramos, puesto que la masa se pide en gramos. El valor de la fuerza aplicada al bloque también es una incógnita:

f f

Para el elemento Resorte, colocamos el valor de la constante del resorte, y la distancia que se comprime el mismo:

k 150

d -5 @ cm

Obsérvese que se ha utilizado el factor de conversión para centímetros, y que el signo es negativo, puesto que el resorte esta comprimido. El valor de la fuerza aplicada al resorte, es una incógnita. La misma incógnita de la fuerza aplicada al bloque (son un par acción-reacción):

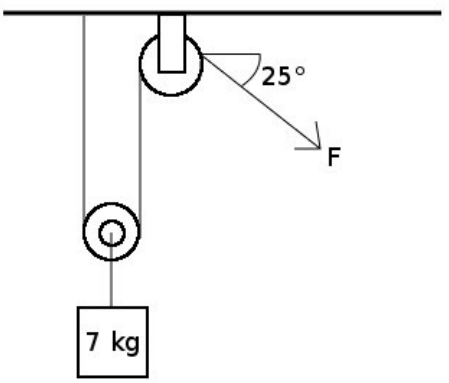
f f

Ingresados los datos, damos clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
f = 7.500 N ;  m = 764.526 g ;
Estado = success.
```

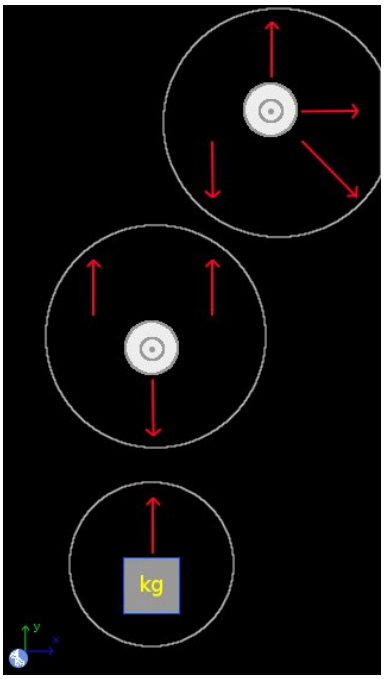
7.8 Ejemplo 8

Un bloque de 7 kilogramos, se sostiene mediante un par de poleas como se muestra en la figura. ¿Cual es el valor de la fuerza F?



Solución con FísicaLab

Se necesitan tres diagramas de cuerpo libre, uno para el bloque, y uno para cada polea. Agregando los elementos requeridos se pueden construir los tres diagramas de cuerpo libre, como se muestra en la siguiente imagen. Donde los diferentes diagramas se resaltan con círculos:



Para el elemento Bloque, se ingresa el dato de la masa:

m 7

Para el elemento Fuerza aplicada al bloque, la tensión es una incógnita por lo que se coloca como tal. Llamando t1 a esta tensión, tenemos:

f t1

Los elementos Polea tienen como único dato el Nombre, el cual es irrelevante en cualquier caso. Para la Polea inmediatamente arriba del bloque, la fuerza vertical hacia abajo, es una incógnita, la misma incógnita que tiene la fuerza aplicada al bloque (es la misma cuerda):

f t1

En esta misma Polea, el valor de las fuerzas verticales hacia arriba, son incógnitas. Sin embargo, al tratarse de la misma cuerda, la incógnita es la misma. Llamando t2 a esta tensión, tenemos, para ambas fuerzas:

f t2

En la otra Polea, la fuerza vertical hacia abajo y la fuerza oblicua, son incógnitas. Pero, al tratarse de la misma cuerda que pasa por la otra Polea, se les coloca la misma incógnita. Para la fuerza vertical hacia abajo, tenemos entonces:

f t2

Y para la fuerza oblicua:

f t2

ang 25

Por último, la fuerza vertical hacia arriba y la fuerza horizontal, son las reacciones del soporte donde se encuentra la Polea. Y, puesto que ambas son incógnitas, se colocan como tales. Llamando Ry a la reacción vertical, tenemos:

f Ry

Y llamando Rx a la reacción horizontal:

f Rx

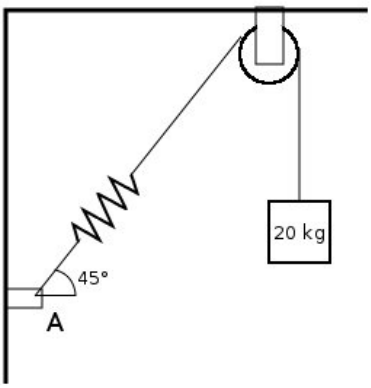
Ingresados los datos, damos clic en el icono de Resolver para obtener la solución:

```
t2 = 34.335 N ;  Ry = 48.846 N ;  t1 = 68.670 N ;
Rx = -31.118 N ;
Estado = success.
```

Obsérvese el signo negativo para el dato de Rx, indicando que el sentido de la fuerza es opuesto al que supusimos en el diagrama de cuerpo libre correspondiente.

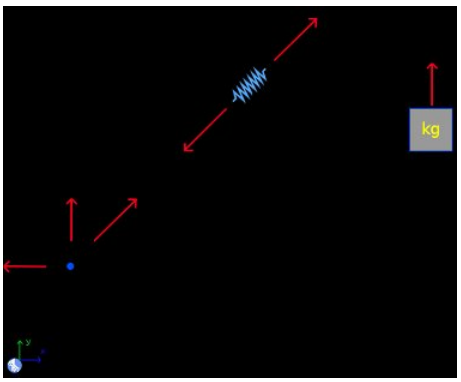
7.9 Ejemplo 9

Un bloque de 20 kilogramos se cuelga de una cuerda como se muestra en la figura. Si el resorte esta estirado 4 cm, ¿Cual es la constante del resorte? ¿Cuales son las reacciones en el soporte A?



Solución con FísicaLab

Agregando los elementos necesarios se pueden construir los tres diagramas de cuerpo libre requeridos, como se muestra en la siguiente imagen:



Obsérvese que como no nos preguntan las reacciones en la Polea, no agregamos un elemento polea. Tenemos, entonces, para el elemento Bloque:

m 20

Y para la fuerza aplicada al bloque, que es una incógnita:

f t

Para el elemento Resorte tenemos:

k k

d 4 @ cm

Y para cada una de las fuerzas aplicadas al resorte, cuyo valor es una incógnita, tenemos (la misma incógnita de la fuerza en el bloque, puesto que es la misma cuerda):

f t

ang 45

La magnitud de la fuerza oblicua aplicada al elemento Punto, es una incógnita. Pero es la misma incógnita que la de las fuerzas en el resorte y en el bloque:

f t

ang 45

Por último tenemos las reacciones vertical y horizontal, ambas incógnitas. Llamándolas Rx y Ry respectivamente, tenemos:

f Ry

f Rx

Ingresados los datos, damos clic en el icono de Resolver para obtener la solución:

```
t = 196.200 N ;  k = 4905.000 N/m ;  Rx = 138.734 N ;
Ry = -138.734 N ;
Estado = success.
```

8 Módulo de estática rígida

Los factores de conversión disponibles en este módulo para el sistema SI son:

cm	centímetro
mm	milímetro
ft	pie
in	pulgada
g	gramo
slug	slug
T	tonelada métrica
N*cm	Newton centímetro

Y los disponibles para el sistema Inglés son:

kg	kilogramo
g	gramo
m	metro
cm	centímetro
mm	milímetro
in	pulgada
lb*in	libras pulgada

En este módulo, las fuerzas (elementos Fuerza, Fricción o Resultante) se aplican a los elementos de los objetos (elementos punto, elementos de viga o elementos de sólido), colocándolas en las celdas adyacentes a estos. Cada uno de estos elementos, si no se encuentra en los bordes de la Pizarra, tiene 8 celdas adyacentes. Este módulo esta constituido por 32 elementos, los cuales se presentan a continuación con una descripción de cada uno de ellos, de los datos que requieren, las fuerzas que admiten y el número de ecuaciones que establece cada uno. Obsérvese que algunos elementos establecen dos o tres ecuaciones, dependiendo de las fuerzas aplicadas a el. Si todas las fuerzas aplicadas son horizontales, o verticales, se establecen dos ecuaciones, de lo contrario se establecen tres.

8.1 Sistema de referencia fijo



Establece el sistema de referencia estacionario, con el eje X horizontal y positivo hacia la derecha, y el eje Y vertical y positivo hacia arriba. Así como el valor de la gravedad (valor absoluto).

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

g:	Gravedad a utilizar. Por defecto se coloca el valor de la gravedad en el sistema seleccionado (9.81 m/s2 para SI, y 32.2 ft/s2 para el sistema Inglés).

8.2 Puntos



Establece un cuerpo rígido, sin masa, conformado por elementos Punto. No admite fuerzas, fricciones o resultantes.

Ecuaciones: 2 ó 3

Datos:

Nombre:	Nombre del cuerpo.

8.3 Viga



Establece un cuerpo rígido (una viga) conformado por elementos de viga. No admite fuerzas, fricciones o resultantes. Partiendo de una viga horizontal, el extremo izquierdo hace de vértice para medir el ángulo.

Ecuaciones: 2 ó 3. Si todas las fuerzas aplicadas son verticales, entonces se establecen dos ecuaciones (la sumatoria de fuerzas en Y y la sumatoria de momentos). No es posible aplicar fuerzas únicamente en X, ya que FísicaLab asume que la viga tiene un peso, por lo que espera que hayan aplicadas fuerzas verticales.

Datos:

Nombre: Nombre de la viga.

m: Masa de la viga.

lc: Distancia del centro de masa de la viga al punto que hace de vértice (la distancia se mide a lo largo de la viga).

ang: Ángulo de inclinación de la viga. Medido desde el eje X positivo, siendo el sentido positivo el contrario al movimiento de las manecillas del reloj.

8.4 Sólido



Establece un cuerpo rígido (un sólido de cualquier forma) conformado por elementos de sólido. No admite fuerzas, fricciones o resultantes. Si el sólido se encuentra sobre una superficie inclinada, las coordenadas X y Y del centro de masa, así como las coordenadas X y Y de los elementos que conformen al sólido, son referidos a un eje X paralelo a la superficie y positivo hacia arriba, y a un eje Y perpendicular a la superficie y positivo hacia arriba.

Ecuaciones: 2 ó 3. Si todas las fuerzas aplicadas son verticales, entonces se establecen dos ecuaciones (la sumatoria de fuerzas en Y y la sumatoria de momentos). No es posible aplicar fuerzas únicamente en X, ya que FísicaLab asume que el sólido tiene un peso, por lo que espera que hayan aplicadas fuerzas verticales.

Datos:

Nombre: Nombre del sólido.

m: Masa del sólido.

xc: Coordenada X del centro de masa.

yc: Coordenada Y del centro de masa.

ang: Ángulo de la superficie donde se encuentra apoyado el sólido. Medido desde el eje X positivo, siendo el sentido positivo el contrario al movimiento de las manecillas del reloj.

8.5 Punto



Elemento de un cuerpo rígido sin masa (Puntos), pueden agregarse cuantos puntos se necesiten en el cuerpo rígido. Admite fuerzas, fricciones o resultantes.

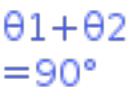
Ecuaciones: Ninguna.

Datos:
Puntos: Nombre del cuerpo rígido al que pertenece.

x: Coordenada X del punto.

y: Coordenada Y del punto.

8.6 Ángulos



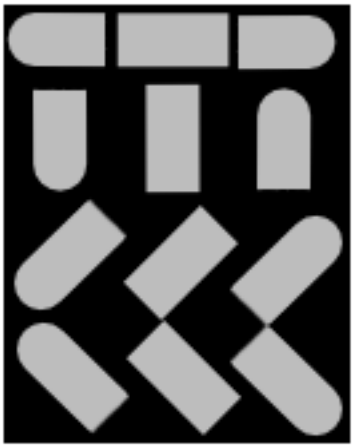
Relaciona dos ángulos que deben ser complementarios. Ambos datos debes ser datos desconocidos.

Ecuaciones: 1

Datos:
ang1: Nombre que representa a un ángulo.

ang2: Nombre que representa a otro ángulo.

8.7 Elementos de viga



Elementos para conformar una viga, pueden agregarse cuantos elementos se necesiten. Todos tienen las mismas características, solo cambia la imagen para propósitos visuales (tener claro cual viga es vertical, horizontal o tiene una pendiente). Admiten fuerzas, fricciones o resultantes.

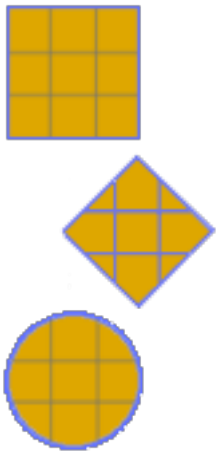
Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

Viga: Nombre de la viga a la que pertenece el elemento.

l: Distancia del elemento al punto que hace de vértice para el ángulo de inclinación de la viga.

8.8 Elementos de sólido



Elementos para conformar un sólido, pueden agregarse cuantos elementos se necesiten. Todos tienen las mismas características, solo cambia la imagen para propósitos visuales (tener claro cual parte esta en el borde o en el interior del cuerpo, o si es una superficie curva, inclinada, etc.). Admiten fuerzas, fricciones o resultantes.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

Sólido: Nombre del sólido al que pertenece el elemento.

x: Coordenada X del elemento de sólido.

y: Coordenada Y del elemento de sólido.

8.9 Fuerzas



Fuerzas con la dirección y sentido indicado por las flechas.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

f	Magnitud de la fuerza.
ang	Ángulo positivo que indica la dirección de la fuerza, medido desde la horizontal. Este dato sólo esta presente para las fuerzas oblicuas.

8.10 Fricciones



Fricciones con la dirección y sentido indicado por las flechas.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

Normal:	Normal a partir de la cual se calcula la fricción.
ang:	Ángulo positivo que indica la dirección de la fricción, medido desde la horizontal. Este dato sólo esta presente para las fuerzas oblicuas.
u:	Coeficiente de fricción estático o dinámico.

8.11 Par



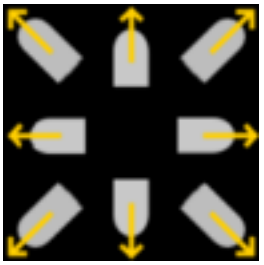
Momento de un par de fuerzas.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

m:	Momento del par. Un valor positivo corresponde a un sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj.

8.12 Vigas de 2 fuerzas



Estos elementos representan la fuerza que una viga sometida a 2 fuerzas (aplicadas a lo largo del eje de la misma) aplica en otro objeto. Tienen un comportamiento similar a los elementos Fuerza. La única diferencia es que si el dato de la fuerza es una incógnita, FísicaLab mostrara en el resultado si la viga esta en tensión o compresión. Ya que representan la fuerza aplicada por la viga de 2 fuerzas, un valor positivo significa que la viga esta en compresión y un valor negativo significa que la viga esta en tensión.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

f: Magnitud de la fuerza. Si el dato de fuerza es una incógnita, FísicaLab indicara junto al resultado si la viga esta en tensión o compresión.

ang: Ángulo positivo que indica la dirección de la fuerza, medido desde la horizontal. Este dato sólo esta presente para las vigas oblicuas.

8.13 Armadura



Armadura simple.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:
Nombre: Nombre de la armadura.

8.14 Nudo de armadura

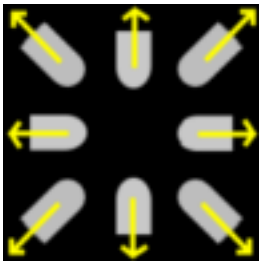


Nudo de armadura. Solamente admite fuerzas y vigas de armadura.

Ecuaciones: 2

Datos:
Armadura: Nombre de la armadura a la que pertenece.

8.15 Vigas de armadura



Viga de armadura.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

t: Magnitud de la fuerza a la que esta sometida la viga. Un valor positivo indica tensión, mientras que uno negativo indica compresión. Si el dato de fuerza es una incógnita, FísicaLab indicara junto al resultado si la viga esta en tensión o compresión.

ang: Ángulo positivo que indica la dirección de la fuerza, medido desde la horizontal. Este dato sólo esta presente para las vigas oblicuas.

8.16 Resultante



Resultante general.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

mr: Momento resultante. Un valor positivo corresponde a un sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj.

fr: Magnitud de la fuerza resultante.

ang: Ángulo del vector fuerza resultante. Medido desde el eje X positivo en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj.

8.17 Resultante con fuerza horizontal



Resultante con fuerza horizontal (positiva a la derecha y negativa a la izquierda).

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

mr: Momento resultante. Un valor positivo corresponde a un sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj.

fr: Magnitud de la fuerza resultante.

8.18 Resultante con fuerza vertical



Resultante con fuerza vertical (positiva hacia arriba y negativa hacia abajo).

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

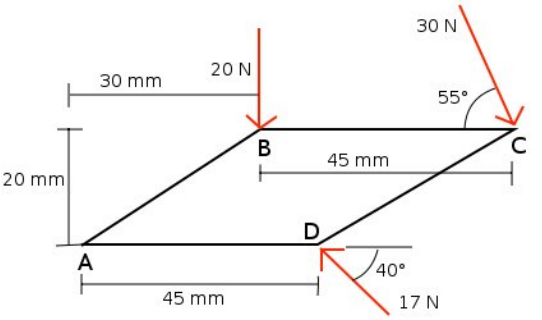
mr: Momento resultante. Un valor positivo corresponde a un sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj.

fr: Magnitud de la fuerza resultante.

9 Ejemplos de estática rígida

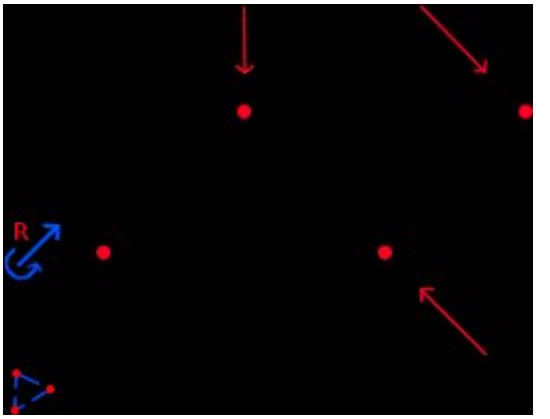
9.1 Ejemplo 1

Cual es la resultante, en el punto A, de las fuerzas aplicadas a la placa de la imagen.



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Estática y, dentro de este, el módulo Estática Sólida. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Seleccionamos el sistema de unidades SI. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Puntos, cuatro elementos Punto, un elemento Resultante y los elementos Fuerza necesarios, como muestra la siguiente imagen:



Para el elemento Puntos, que define la placa, tenemos:

Nombre Placa

Para el punto que representa la esquina A, y que suponemos esta en el origen del sistema coordenado, tenemos:

Nombre	Placa
x	0
y	0

Para el punto que representa la esquina B, tenemos:

Nombre	Placa
x	30 @ cm
y	20 @ cm

Y para la fuerza aplicada a dicha esquina:

f	20

Para el punto que representa la esquina C, tenemos:

Nombre	Placa
x	75 @ cm
y	20 @ cm

Y para la fuerza aplicada:

f	30
ang	55

Para la esquina D:

Nombre	Placa
x	45 @ mm
y	0

Y para la fuerza:

f	17

ang 40

Por último, para el elemento Resultante:

M Mr

f Fr

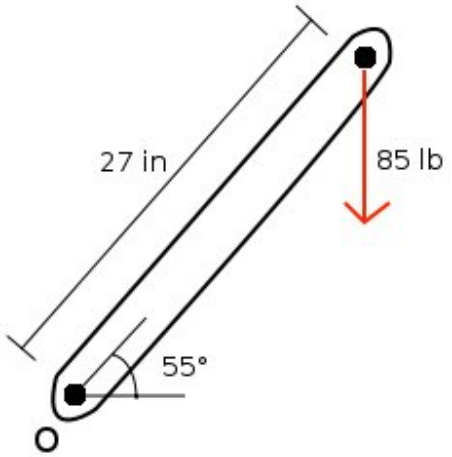
ang angr

Una vez ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener el resultado:

```
Mr = -2.296 N*m ;  Fr = 33.906 N ;  angr = 277.089 grados ;
Estado = success.
```

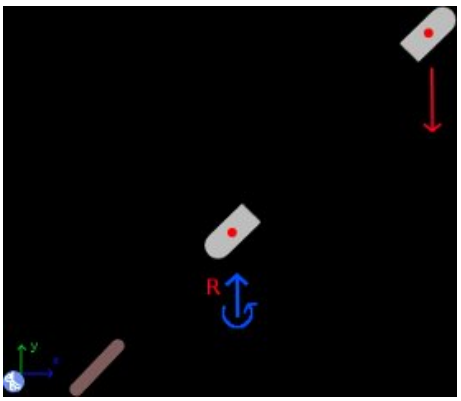
9.2 Ejemplo 2

Cual es la resultante, en el punto O, de la fuerza aplicada en el extremo de la barra (despreciando el peso de la barra).



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Estática y, dentro de este, el módulo Estática Sólida. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Seleccionamos el sistema de unidades Inglés. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Viga, dos elementos de Viga, un elemento Fuerza y un elemento Resultante con fuerza vertical:



El elemento Sistema de referencia fijo, establece por defecto el valor de la gravedad:

g	32.2

Para el elemento viga, que representa la barra, tenemos:

Nombre	Barra
m	0
lc	0
ang	55

Aquí ponemos la masa de la barra a 0, puesto que el peso de la barra debe despreciarse. Para el elemento de viga que representa el extremo inferior, tenemos:

Nombre	Barra
l	0

Y para el elemento resultante aplicado a este:

M	Mr
f	Fr

Para el otro elemento de viga que representa el extremo superior, tenemos:

Nombre	Barra
l	27 @ in

Y para la fuerza aplicada a este:

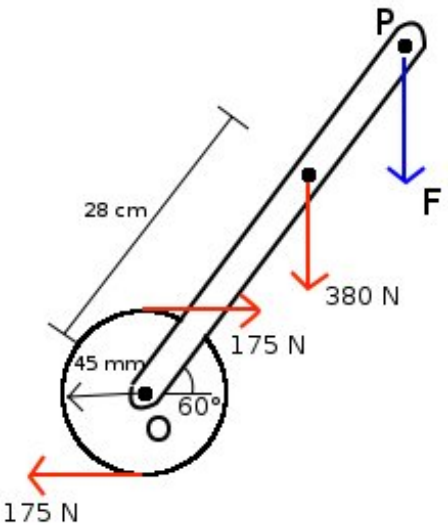
f	85

Una vez ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
Mr = -109.696 lb*ft ;  Fr = -85.000 lb ;
Estado = success.
```

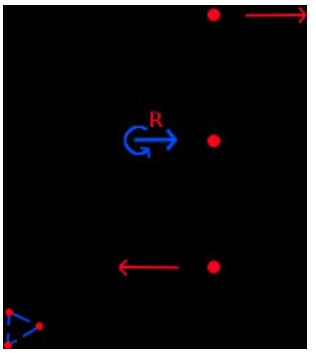
9.3 Ejemplo 3

Si se desea remplazar las dos fuerzas de 175 N y la fuerza de 380 N, con una sola fuerza aplicada en el punto P como muestra la imagen, ¿Cual debe ser la distancia del punto P al punto O y la magnitud de dicha fuerza? (La viga y el tambor forman un cuerpo rígido).



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Estática y, dentro de este, el módulo Estática Sólida. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo, y seleccionamos el sistema de unidades SI. Este problema puede resolverse de diferentes formas, aquí lo resolveremos de la siguiente manera. Primero agregamos a la Pizarra un elemento Puntos, tres elementos Punto y los elementos fuerza y resultante necesarios, tal y como muestra la imagen. Nuestra intención inicial es calcular el par aplicado en el punto O debido a las dos fuerzas de 175 N.



Al elemento Puntos, que representa los diferentes puntos del tambor, lo llamaremos *Tambor*:

Nombre	Tambor

Para el elemento Punto del centro, que representa el punto O, asumimos que esta en el origen del sistema coordenado:

Nombre	Tambor
x	0
y	0

Y para la resultante aplicada a el:

M	Mr
f	Fr

Ahora para el elemento punto de la parte superior, tenemos:

Nombre	Tambor
x	0
y	45 @ mm

Y para el de la parte inferior:

Nombre	Tambor
x	0
y	-45 @ mm

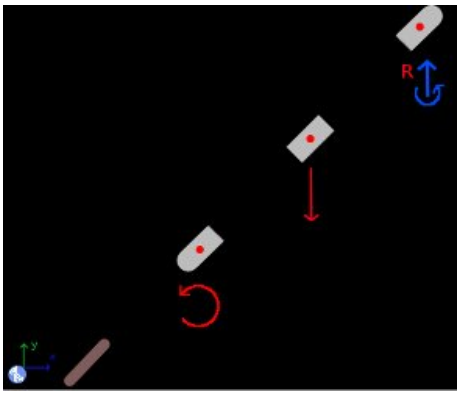
Y para los elementos fuerza aplicados a cada uno de estos:

f 175

Una vez ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
Mr = -15.750 N*m ;  Fr = 0.000 N ;
Estado = success.
```

Ahora que conocemos el valor de dicho par, borramos el contenido de la pizarra y agregamos los elementos necesarios para plantear el problema, como lo muestra la imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo agrega por defecto el valor de la gravedad. Para el elemento Viga, que llamaremos justamente *Viga*, tenemos:

Nombre Viga
m 0
lc 0
ang 60

Aquí despreciamos el peso de la viga. Para el elemento de viga del extremo inferior y para el par aplicado a el (el valor calculado previamente), tenemos:

Nombre Viga
l 0

M -15.750

Ahora para el elemento de viga donde esta aplicada la otra fuerza, y para esta fuerza, tenemos:

Nombre	Viga
l	28 @ cm
f	380

Por último, para el elemento de viga que representa el punto P:

Nombre	Viga
l	d

Aquí la distancia del punto P al punto O, es una incógnita. Y para la resultante aplicada a el:

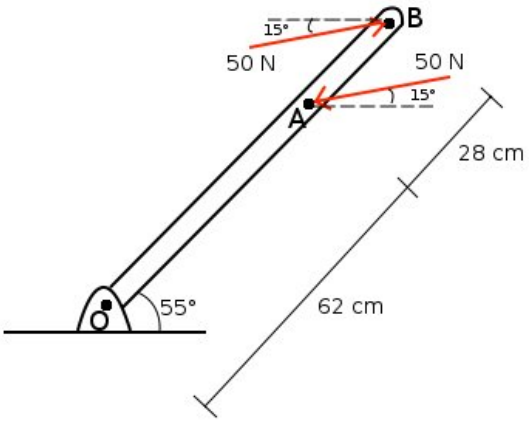
M	0
f	Fr

El momento resultante es 0, puesto que solamente queremos una fuerza, la cual es una incógnita. Una vez ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
d = 0.363 m ;  Fr = -380.000 N ;
Estado = success.
```

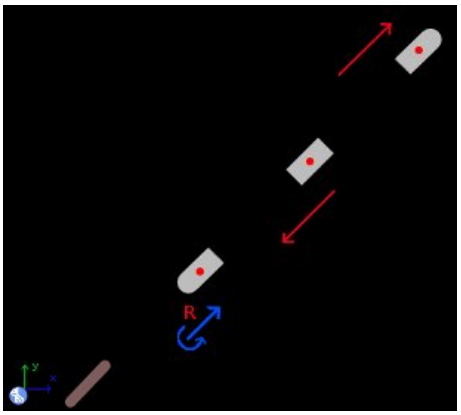
9.4 Ejemplo 4

Calcule la resultante, en el extremo O, de la fuerzas aplicadas.



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Estática y, dentro de este, el módulo Estática Sólida. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo, y seleccionamos el sistema de unidades SI. Ahora agregamos un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Viga, tres elementos de viga, y las fuerzas y resultantes necesarias como muestra la imagen:



El valor de la gravedad es agregado por defecto. Ahora para el elemento Viga, que llamaremos *Viga*, tenemos:

Nombre	Viga
m	0

lc 0

ang 55

Para el elemento de viga que representa el extremo inferior, y para la resultante aplicada a el, tenemos:

Nombre Viga

l 0

M Mr

f Fr

ang angr

Para este último elemento, todos los datos son incógnitas. Ahora para el elemento de viga que representa el punto A, y para la fuerza aplicada a el, tenemos:

Nombre Viga

l 62 @ cm

f 50

ang 15

Por último, para el elemento que representa el punto B y para la fuerza aplicada a el:

Nombre Viga

l 90 @ cm

f 50

ang 15

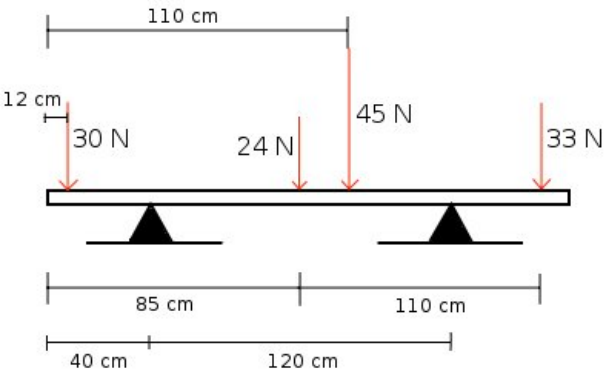
Una vez ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
Mr = -8.999 N*m ;  Fr = 0.000 N ;  angr = 208.262 grados ;
Estado = success.
```

Como era de esperarse, la resultante consiste únicamente de un par. El dato del ángulo aquí dado es irrelevante.

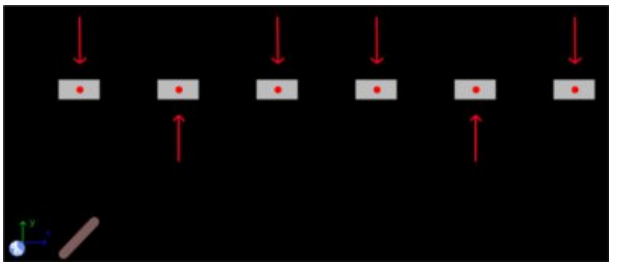
9.5 Ejemplo 5

Calcule las reacciones en los apoyos, sabiendo que la viga tiene una masa de 4 kg y una longitud de 2.1 m.



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Estática y, dentro de este, el módulo Estática Sólida. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo, y seleccionamos el sistema de unidades SI. Ahora agregamos un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Viga, seis elementos de viga y los elementos fuerza necesarios como muestra la imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo establece el valor de la gravedad por defecto. Para el elemento Viga, que llamamos *Viga* y que suponemos tiene su centro de masa a la mitad, tenemos:

Nombre	Viga
m	4
lc	1.05
ang	0

Ahora para los elementos de viga y sus respectivas fuerzas, de izquierda a derecha, tenemos:

Nombre Viga

l 12 @ cm

f 30

Para el elemento a 40 cm del extremo izquierdo, llamando RA a la reacción:

Nombre Viga

l 40 @ cm

f RA

A 85 cm del extremo izquierdo:

Nombre Viga

l 85 @ cm

f 24

A 110 cm:

Nombre Viga

l 110 @ cm

f 45

A 160 cm, llamando RB a la reacción:

Nombre Viga

l 160 @ cm

f RB

Y a 195 cm, el último elemento:

Nombre Viga

l 195 @ cm

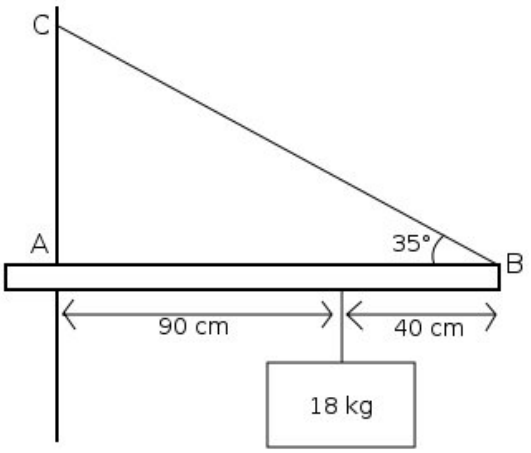
f 33

Una vez ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
RB = 92.130 N ;  RA = 79.110 N ;
Estado = success.
```

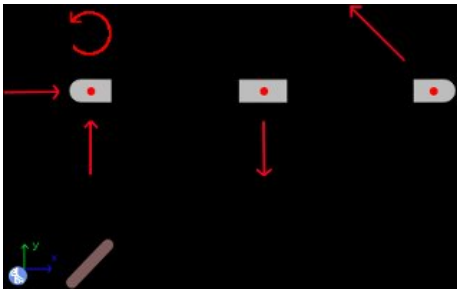
9.6 Ejemplo 6

Si la tensión en el cable BC es de 155 N, ¿Cuales son las reacciones en A? (La masa de la viga es de 3 kg y su centro de masa se encuentra a 75 cm de A).



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Estática y, dentro de este, el módulo Estática Sólida. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo, y seleccionamos el sistema de unidades SI. Ahora agregamos un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Viga, tres elementos de viga y los elementos fuerza y par necesarios como muestra la imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo establece por defecto el valor de la gravedad. Entonces para el elemento viga tenemos:

Nombre	Viga
m	3

lc 75 @ cm

ang 0

Para el elemento de viga que representa el extremo A, tenemos:

Nombre Viga

l 0

Y para las fuerzas y el par aplicados, todos ellos incógnitas, tenemos:

f Ry

f Rx

M M

Para el elemento donde esta colgada la masa tenemos:

Nombre Viga

l 0.9

Y para la fuerza aplicada por la masa (18 kg*9.81 m/s2 = 176.58 N), tenemos:

f 176.58

Para el elemento que representa el extremo derecho:

Nombre Viga

l 1.3

Y la fuerza aplicada por el cable:

f 155

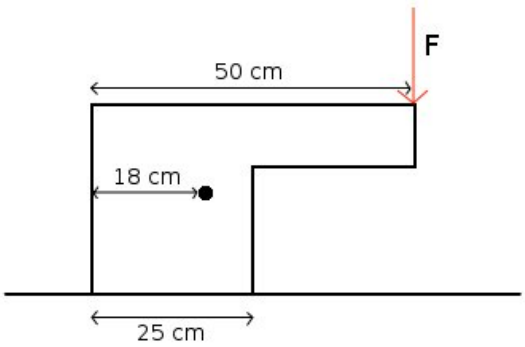
ang 35

Una vez ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
Ry = 117.106 N ;  Rx = 126.969 N ;  M = 65.419 N*m ;
Estado = success.
```

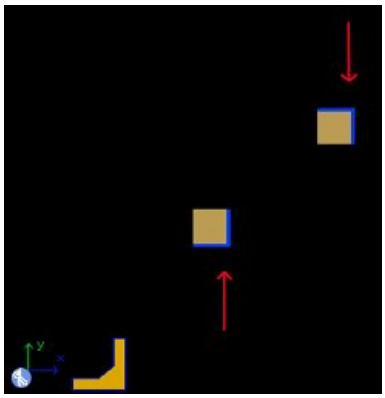
9.7 Ejemplo 7

¿Cual es la máxima fuerza F que puede aplicarse sin que se voltee la pieza? (La masa de la pieza es de 3.5 kg y el centro de masa esta indicado por el punto a 18 cm).



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Estática y, dentro de este, el módulo Estática Sólida. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo, y seleccionamos el sistema de unidades SI. Ahora agregamos un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Sólido, dos elementos de sólido y los elementos fuerza necesarios, tal y como muestra la siguiente imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo agrega el valor de la gravedad por defecto. Para el elemento Sólido, que llamaremos *Pieza*, tenemos entonces:

Nombre	Pieza
m	3.5

xc	18 @ cm
yc	0
ang	0

Para el elemento de sólido que representa la esquina donde esta aplicada la fuerza F, tenemos:

Nombre	Pieza
x	50 @ cm
y	0

Y para la fuerza aplicada en dicha esquina, que es una incógnita:

f	F

El otro elemento de sólido representa la esquina derecha de la base, ya que en el momento en que la pieza esta a punto de voltear, es en dicha esquina donde se aplica la normal. Por lo tanto, tenemos:

Nombre	Pieza
x	25 @ cm
y	0

Y para la fuerza aplicada, que corresponde a la normal y que es una incógnita:

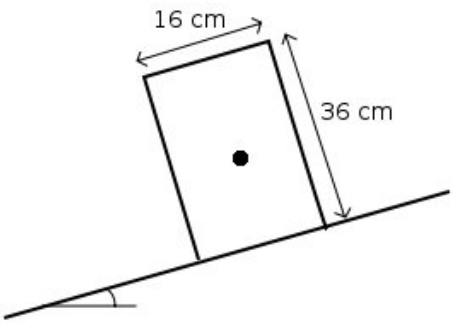
f	N

Una vez ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
N = 43.949 N ;  F = 9.614 N ;
Estado = success.
```

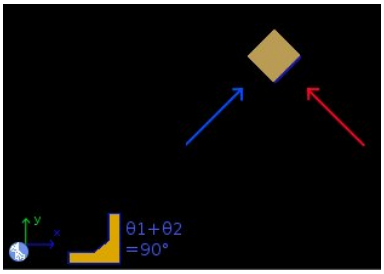
9.8 Ejemplo 8

Un bloque uniforme de 4 kg, como el de la imagen, se encuentra en un plano inclinado. ¿Cual es el ángulo máximo de inclinación del plano, de tal forma que el bloque no resbale o voltee (lo que ocurra primero)? (El coeficiente de fricción entre el bloque y el plano es de 0.4).



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Estática y, dentro de este, el módulo Estática Sólida. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo, y seleccionamos el sistema de unidades SI. Agregamos entonces un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Sólido, un elemento de sólido, un elemento fuerza y uno de fricción, y un elemento Ángulos, tal y como muestra la siguiente imagen:



Nuestra intención al introducir una fuerza de fricción, es determinar a que ángulo es inminente el deslizamiento del bloque. Así, el elemento de bloque representa el punto donde esta aplicada la normal y aquí mismo aplicamos la fuerza de fricción (ya que es válido mover una fuerza a lo largo de su linea de acción).

El sistema de referencia fijo pone el valor de la gravedad por defecto. En el elemento Sólido colocamos el dato de la masa y el del centro de masa, tomando como origen del sistema la esquina inferior izquierda del bloque (es-

to simplifica la interpretación del resultado). Llamando a este sólido *Bloque*, tenemos entonces:

Nombre	Bloque
m	4
xc	8 @ cm
yc	18 @ cm
ang	ang1

Para el elemento de sólido que representa el punto inferior del bloque donde esta aplicada la normal y la fricción, tenemos:

Nombre	Bloque
x	x @ cm
y	0

Esta claro que la coordenada X de este elemento es una incógnita. Ahora para la fuerza que representa la normal:

f	normal
ang	ang2

Para la fuerza de fricción:

Normal	normal
ang	ang1
u	0.4

Aquí usamos *ang1* como ángulo ya que la fuerza de fricción es paralela al plano donde se encuentra el bloque. Por último, debemos relacionar el ángulo del plano inclinado con el ángulo de la normal, ya que estos ángulos deben ser complementarios:

ang1	ang1
ang2	ang2

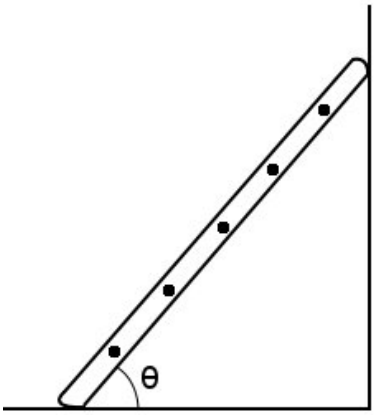
Una vez ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
normal = 36.433 N ;  ang1 = 21.801 grados ;
ang2 = 68.199 grados ;  x = 0.800 cm ;
Estado = success.
```

Entonces, el ángulo al que ocurre el deslizamiento inminente es 21.801 grados (tal y como se esperaba puesto que `arctan 0.4 = 21.801`). Notamos también que la normal esta a 0.8 cm a la derecha de la esquina inferior izquierda. Es claro que el volteo sería inminente si x = 0, y si x fuera negativo indicaría que el bloque ya habría volteado antes de alcanzar los 21.801 grados de inclinación. Como conclusión, lo que sucede primero es el deslizamiento del bloque.

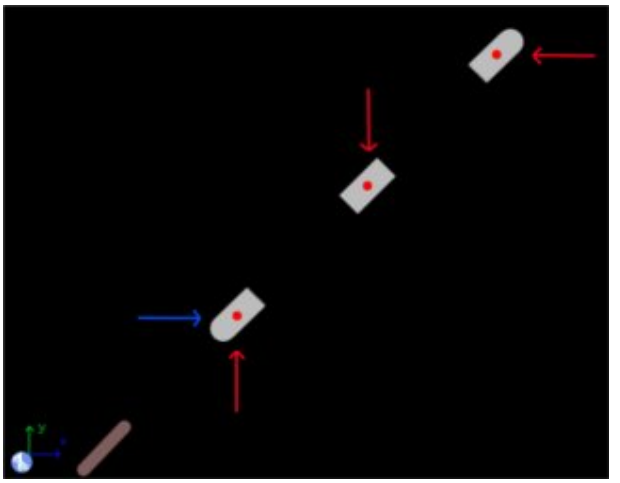
9.9 Ejemplo 9

Una escalera uniforme, de 3.5 kg y 3.8 m de longitud, se encuentra apoyada en una pared como muestra la imagen. Si un niño, con una masa de 40 kg, sube hasta el cuarto escalón a 3.2 m de la base, encuentre el ángulo para el cual esa posición corresponde al deslizamiento inminente si el coeficiente de fricción entre la escalera y el piso es de 0.35 (no hay fricción entre la escalera y la pared).



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Estática y, dentro de este, el módulo Estática Sólida. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo, y seleccionamos el sistema de unidades SI. Ahora agregamos un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Viga, tres elementos de viga y los elementos fuerza y fricción necesarios, tal y como muestra la siguiente imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo agrega el valor de la gravedad por defecto. Para el elemento viga, que llamaremos *Escalera* tenemos, recordando que la escalera es uniforme y que el ángulo es una incógnita:

Nombre	Escalera
m	3.5
lc	1.9
ang	ang

Para el elemento de viga que corresponde al extremo inferior, tenemos:

Nombre	Escalera
l	0

Para la fuerza que actúa como normal y para la fricción:

f	N

Normal	N
u	0.35

Ahora para el elemento que representa la posición donde esta apoyado el niño tenemos:

Nombre	Escalera

l 3.2

Y para la fuerza que representa el peso de la persona (40 kg*9.81 m/s2 = 392.4 N):

f 392.4

Por último, para el elemento que representa el extremo apoyado en la pared:

Nombre Escalera

l 3.8

Y para la fuerza que corresponde a la reacción:

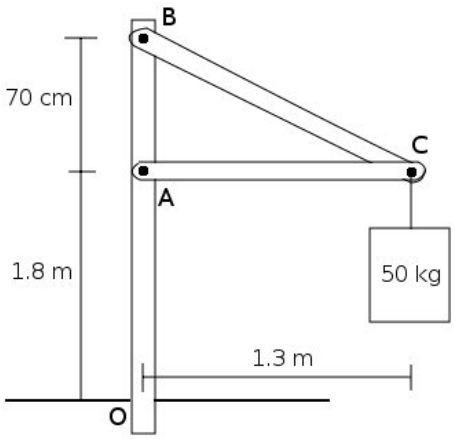
f Rx

Una vez ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
Rx = 149.357 N ;  ang = 66.748 grados ;  N = 426.735 N ;
Estado = success.
```

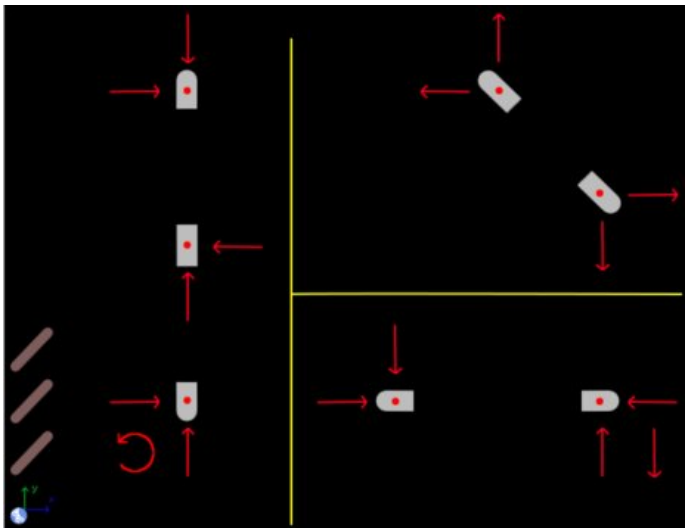
9.10 Ejemplo 10

Considere la estructura en la imagen de abajo. Calcule las reacciones en O y las reacciones entre las vigas en los puntos A, B y C. Desprecie el peso de las vigas.



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Estática y, dentro de este, el módulo Estática Sólida. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo, y seleccionamos el sistema de unidades SI. Ahora agregamos un elemento Sistema de referencia fijo, tres elementos Viga, siete elementos de viga y los elementos fuerza y momento necesarios, tal y como muestra la siguiente imagen (las lineas amarillas separan las áreas donde se definen las vigas de la estructura):



En la imagen puede observarse como, de acuerdo a la tercera ley de Newton, las reacciones entre las vigas tienen diferente sentido. Y deberemos asignarles la misma magnitud o incógnita. El sistema de referencia fijo agrega el valor de la gravedad por defecto. Para el elemento Viga que representa la viga vertical de apoyo y que llamaremos *OAB*, tenemos:

Nombre	OAB
m	0
lc	0
ang	90

Esta viga se compone de tres elemento, los cuales representan los puntos O, A y B. Para el elemento en O, y sus respectivas reacciones, llamadas Rx, Ry, M, tenemos:

Nombre	OAB
l	0
f	Rx
f	Ry

M M

Para el elemento en A y sus respectivas reacciones, RAx y RAy, tenemos:

Nombre OAB

l 1.8

f RAx

f RAy

Para el elemento en B y sus respectivas reacciones, RBx y RBy, tenemos:

Nombre OAB

l 2.5

f RBx

f RBy

Ahora para el elemento Viga que representa la viga horizontal, y que llamaremos AC, tenemos:

Nombre AC

m 0

lc 0

ang 0

Para el elemento de viga que representa el extremo en A de esta viga, y para sus respectivas reacciones, tenemos:

Nombre AC

l 0

f RAx

f RAy

Para el elemento del extremo en C, para las reacciones RCx, RCy y para el peso de la masa de 50 kg (`50 kg*9.81 m/s2 = 490.500 N`), tenemos:

Nombre AC
l 1.3

f RCx

f RCy

f 490.500

Ahora para el elemento Viga que representa la viga inclinada de B a C, llamándola *BC*, tenemos (aquí el ángulo se ingresa como una pendiente -0.7/1.3):

Nombre BC
m 0
lc 0
ang -28.301

Para el elemento en B y para las reacciones aplicadas, tenemos:

Nombre BC
l 0

f RBx

f RBy

Para el elemento en C debemos calcular la distancia entre B y C, la cual se puede obtener con `hypot(0.7,1.3)`. Así, tenemos:

Nombre BC

l 1.476

Y para las reacciones aplicadas, RCx y RCy (no agregamos el peso de la caja de 50 kg, porque ya fue agregada en la viga AC):

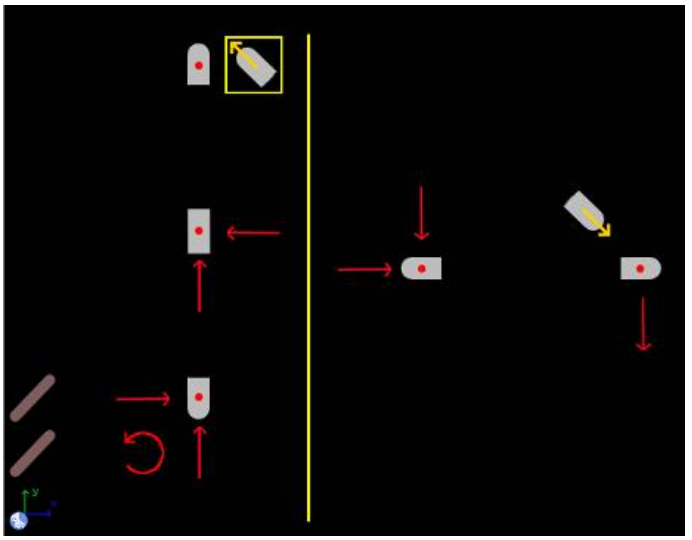
f RCx

f RCy

Una vez ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

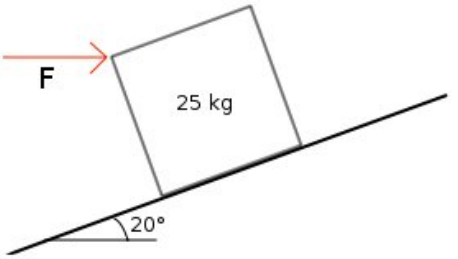
```
RAx = 910.919 N ;  RAy = -0.000 N ;  RCy = 490.500 N ;
RCx = 910.919 N ;  RBx = 910.919 N ;  RBy = 490.500 N ;
M = 637.643 N*m ;  Ry = 490.500 N ;  Rx = 0.000 N ;
Estado = success.
```

Nota: *Otra forma más fácil de plantear este mismo problema es notar que la viga BC es un elemento sometido a dos fuerzas. Por lo tanto podemos aplicar directamente dos elementos Viga de 2 fuerzas como se muestra en la imagen de abajo. Esto nos evita tener que calcular la longitud de la viga BC. Obsérvese que la viga AC también es un elemento sometido a dos fuerzas, aunque no hubiera sido posible remplazar las dos vigas por elementos Viga de 2 fuerzas. Como se ve, todo es cuestión de decidir que es más conveniente para el problema a resolver.*



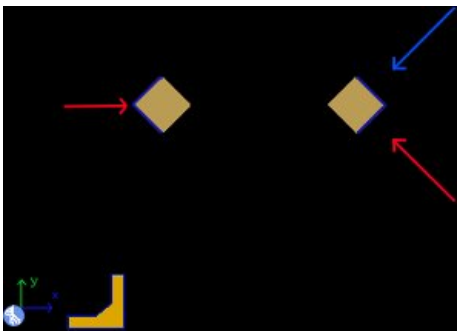
9.11 Ejemplo 11

Un bloque uniforme de 25 kg y 50 cm de arista, como el de la imagen, se encuentra en un plano inclinado 20 grados. Si se desea subir el bloque por la rampa a la mayor velocidad posible (velocidad constante) mediante la fuerza horizontal F ¿Cual es el máximo coeficiente de fricción permitido? ¿Cual es la fuerza a la que corresponde la mayor velocidad?



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Estática y, dentro de este, el módulo Estática Sólida. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo, y seleccionamos el sistema de unidades SI. Ahora agregamos un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Sólido, dos elementos de sólido y los elementos fuerza y fricción necesarios, tal y como muestra la siguiente imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo establece el valor de la gravedad por defecto. Para el elemento Sólido, que representa el bloque y que llamamos *Bloque*, tenemos:

Nombre	Bloque
m	25
xc	25 @ cm

yc	25 @ cm
ang	20

Para el elemento que representa la esquina superior donde esta aplicada la fuerza F, tenemos:

Nombre	Bloque
x	0
y	50 @ cm

Y para la fuerza horizontal:

f	F

Ahora en el elemento que representa la esquina inferior derecha, esta aplicada tanto la normal como la fuerza de fricción. La normal debe estar aplicada aquí, puesto que la mayor velocidad posible corresponde con el volteo inminente (una fuerza un poco mayor y el bloque voltea). Tenemos entonces:

Nombre	Bloque
x	50 @ cm
y	0

Para la fuerza que representa la normal:

f	N
ang	70

Y para la fricción:

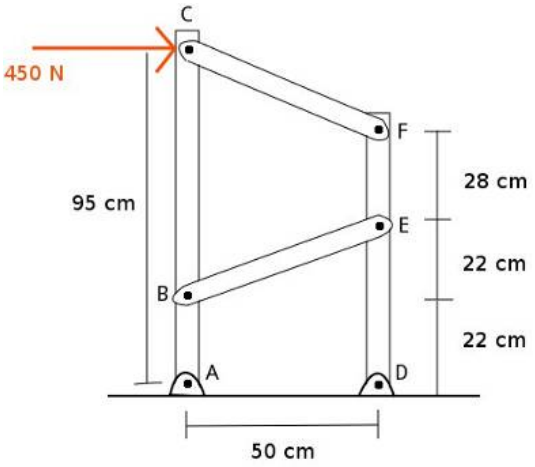
Normal	N
ang	20
u	u

Una vez ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
F = 262.970 N ;  N = 320.401 N ;  u = 0.509 ad ;
Estado = success.
```

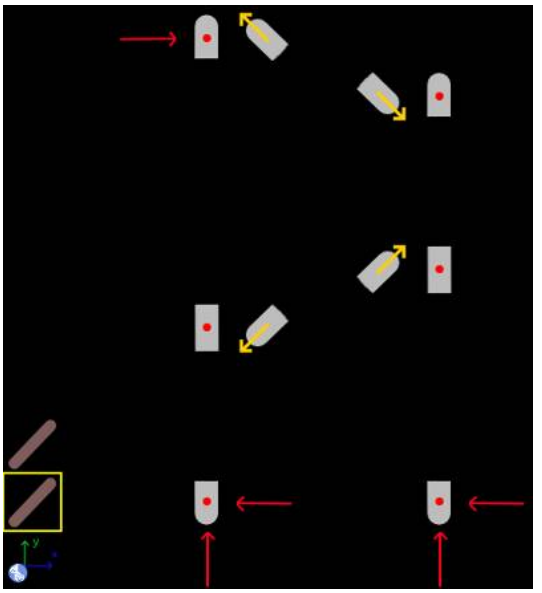
9.12 Ejemplo 12

En la estructura mostrada en la imagen, y tomando en cuenta que todas las uniones son uniones con pasador (no hay momentos aplicados), calcule todas las reacciones. Desprecie el peso de las vigas.



Solución con FísicaLab

Observando que las vigas CF y BE son elementos sometidos a dos fuerzas, construimos el problema usando dos elementos viga y agregando los elementos fuerza y Viga de 2 fuerzas necesarios, tal y como se muestra en la siguiente imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo establece el valor de la gravedad por defecto. Para el elemento Viga que representa la viga a la izquierda de la estructura, y que llamaremos ABC, tenemos:

Nombre	ABC
m	0
lc	0
ang	90

Esta viga se compone de tres elementos. Para el primero de ellos, el extremo A, tenemos:

Nombre	ABC
l	0

Y para sus respectivas fuerzas, ambas incógnitas, tenemos:

f	RAx
f	RAy

Para el siguiente elemento, que corresponde al nudo B, tenemos:

Nombre ABC

l 22 @ cm

Y para el elemento Viga de 2 fuerzas, que corresponde a la viga BE, he ingresando el ángulo como una pendiente 22/50, tenemos:

f BE

ang 23.749

Y para el tercer elemento, que corresponde al extremo C:

Nombre ABC

l 95 @ cm

Para elemento fuerza que representa la fuerza externa de 450N:

f 450

Y para el elemento Viga de 2 fuerzas, que corresponde a la viga CF, tenemos (aquí el ángulo también se introduce como una pendiente 23/50):

f CF

ang 24.702

Para el otro elemento Viga, que corresponde a la viga DEF:

Nombre DEF

m 0

lc 0

ang 90

Y para el primer elemento de esta viga, el que corresponde al extrema D, tenemos:

Nombre DEF

l 0

Y para los elementos fuerza que corresponden a las respectivas reacciones:

f RDy

f RDx

Para el elemento que corresponde al nudo E:

Nombre DEF

l 44 @ cm

Y para el elemento Viga de 2 fuerzas, que corresponde a la viga BE (el ángulo es la pendiente 22/50):

f BE

ang 23.749

Y para el último elemento, el extremo F, tenemos:

Nombre DEF

l 72 @ cm

Y para el elemento Viga de 2 fuerzas, que corresponde a la viga CF (el ángulo es la pendiente 23/50):

f CF

ang 24.702

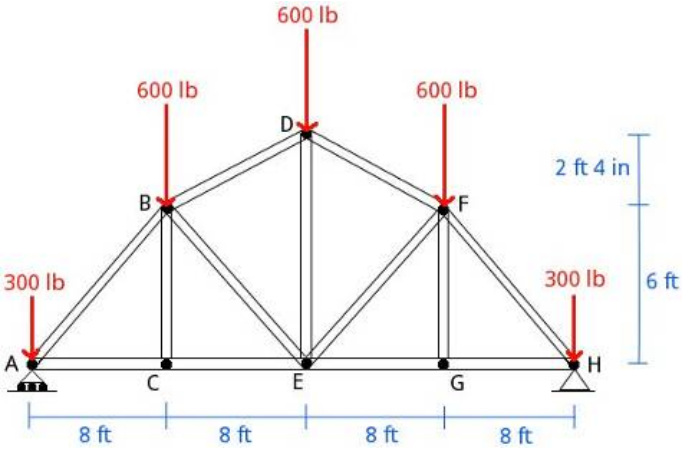
Una vez ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
RDy = 854.981 N ;  RDx = -461.094 N ;
BE = -1295.364 N [tensión] ;
CF = 797.558 N [compresión] ;  RAy = -854.981 N ;
RAx = 911.094 N ;
Estado = success.
```

La reacción vertical en A y la reacción horizontal en D son negativas, indicando esto que el sentido es contrario al que supusimos inicialmente.

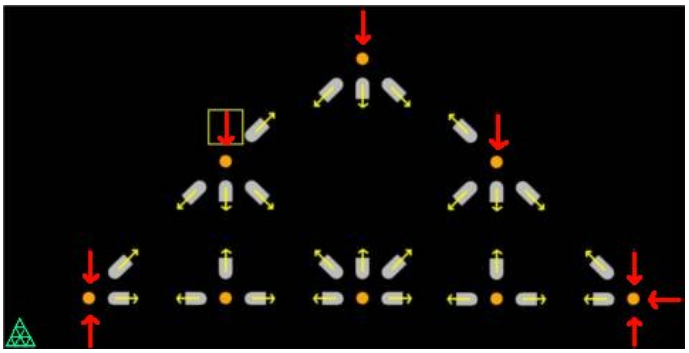
9.13 Ejemplo 13

En la armadura de la imagen, encontrar las reacciones en los apoyos y las fuerzas internas en todas las vigas bajo las condiciones de carga mostradas.



Solución con FísicaLab

Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo, y seleccionamos el sistema de unidades Inglés. Agregamos un elemento Armadura, ocho elementos Nudo de armadura, cinco elementos Fuerza que corresponderán con las fuerzas de carga, otro tres elementos Fuerza que representaran las reacciones en los apoyos (observe que en el apoyo A los rodos solamente aplican una fuerza vertical), y 26 elementos Viga de armadura para construir el esquema del problema tal y como se muestra la siguiente imagen:



Al elemento Armadura debemos asignarle un nombre. Para este ejemplo utilizamos AH:

Nombre AH

Todos los elementos Nudo de armadura pertenecerán a esta armadura. Por lo tanto, es el nombre de esta armadura el que deberemos asignarle a cada uno de ellos:

Armadura AH

Para los dos elementos Viga de armadura que representan los extremos de la viga que va del nudo A al C, y llamando AC a la fuerza interna de esta, tenemos:

t AC

Para los dos elementos que representan los extremos de la viga que va del nudo A al B, y llamando AB a la fuerza interna de esta, tenemos:

t AB

ang 36.870

Aquí el ángulo se ha introducido como la pendiente 6/8. Dato que se obtiene de las dimensiones de la armadura. Para los dos elementos que representan los extremos de la viga que va del nudo B al C, y llamando BC a la fuerza interna de esta, tenemos:

t BC

Para los dos elementos que representan los extremos de la viga que va del nudo B al D, y llamando BD a la fuerza interna de esta:

t BD

ang 16.260

Aquí el ángulo se ha introducido como la pendiente 28/96. Los 2 ft 4 in = 28 in y los 8 ft = 96 in, esto porque hay que utilizar las mismas unidades para el numerador y el denominador. También podría haberse ingresado la pendiente como 2.333/8, utilizando la unidad de pies. Para los dos elementos que representan los extremos de la viga que va del nudo B al E, y llamando BE a la fuerza interna de esta:

t BE

ang 36.870

Aquí el ángulo también se ha introducido como la pendiente 6/8. Ahora para los dos elementos que representan los extremos de la viga que va del nudo C al E, y llamando CE a la fuerza interna de esta:

t CE

Para los dos elementos que representan los extremos de la viga que va del nudo D al E, y llamando DE a la fuerza interna de esta:

t DE

Para los dos elementos que representan los extremos de la viga que va del nudo D al F, y llamando DF a la fuerza interna de esta:

t DF

ang 16.260

Aquí el ángulo también se ha introducido como la pendiente 28/96. Para los dos elementos que representan los extremos de la viga que va del nudo E al F, y llamando EF a la fuerza interna de esta:

t EF

ang 36.870

Aquí el ángulo también se ha introducido como la pendiente 6/8. Para los dos elementos que representan los extremos de la viga que va del nudo E al G, y llamando EG a la fuerza interna de esta:

t EG

Para los dos elementos que representan los extremos de la viga que va del nudo F al G, y llamando FG a la fuerza interna de esta:

t FG

Para los dos elementos que representan los extremos de la viga que va del nudo F al H, y llamando FH a la fuerza interna de esta:

t FH

ang 36.870

Aquí el ángulo también se ha introducido como la pendiente 6/8. Para los dos elementos que representan los extremos de la viga que va del nudo G al H, y llamando GH a la fuerza interna de esta:

t GH

Ahora para la fuerza de reacción en A:

f RAy

Y para las reacciones en H:

f RHy

f RHx

Y para cada uno de los elementos Fuerza que representan las cargas, dos de 300 libras y tres de 600 libras, tenemos:

f 300

f 600

Una vez ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
FG = 0.000 lb [tensión] ;  EF = -59.993 lb [compresión] ;
DF = -1200.000 lb [compresión] ;  RAy = 1200.000 lb ;
FH = -1499.996 lb [compresión] ;
AC = 1199.996 lb [tensión] ;
AB = -1499.996 lb [compresión] ;
GH = 1199.996 lb [tensión] ;
RHy = 1200.000 lb ;  RHx = 0.000 lb ;
BC = -0.000 lb [compresión] ;
CE = 1199.996 lb [tensión] ;
BD = -1200.000 lb [compresión] ;
DE = 71.992 lb [tensión] ;  BE = -59.993 lb [compresión] ;
EG = 1199.996 lb [tensión] ;
```

```
Estado = success.
```

10 Módulo de dinámica de partículas

Los factores de conversión disponibles en este módulo para el sistema SI son:

h	hora
min	minuto
hp	caballo de potencia
cv	caballo de vapor
T	tonelada métrica
g	gramo
slug	slug
km	kilómetro
cm	centímetro
mm	milímetro
mi	milla
ft	pie
in	pulgada
km/h	kilómetros por hora
cm/s	centímetros por segundo
mm/s	milímetros por segundo
mph	millas por hora
ft/s	pies por segundo
in/s	pulgadas por segundo
kt	nudo
cm/s2	centímetros por segundo al cuadrado
mm/s2	milímetros por segundo al cuadrado
ft/s2	pies por segundo al cuadrado
in/s2	pulgadas por segundo al cuadrado

Y los disponibles para el sistema Inglés son:

h	hora
min	minuto
hp	caballo de potencia
cv	caballo de vapor
kg	kilogramo
g	gramo
km	kilómetro
m	metro
cm	centímetro
mm	milímetro
mi	milla
in	pulgada
km/h	kilómetros por hora
m/s	metros por segundo
cm/s	centímetros por segundo
mm/s	milímetros por segundo
mph	millas por hora
in/s	pulgadas por segundo
kt	nudo
m/s2	metros por segundo al cuadrado
cm/s2	centímetros por segundo al cuadrado
mm/s2	milímetros por segundo al cuadrado
in/s2	pulgadas por segundo al cuadrado
lb/in	libras por pulgada

En este módulo, las fuerzas (elementos Fuerza, Fricción o Contacto) se aplican a los objetos (elementos Bloque, Polea o Resorte), colocándolas en las celdas adyacentes a estos. Cada uno de estos objetos, si no se encuentra en los bordes de la Pizarra, tiene 8 celdas adyacentes. Este módulo esta constituido por 44 elementos, los cuales se presentan a continuación con una descripción

de cada uno de ellos, de los datos que requieren, las fuerzas u objetos que admiten y el número de ecuaciones que establece cada uno. Obsérvese que algunos elementos establecen un número variable de ecuaciones, dependiendo de las fuerzas aplicadas a el o de los objetos que interactúan con el.

10.1 Sistema de referencia fijo



Establece el sistema de coordenadas estacionario, con el eje X horizontal y positivo hacia la derecha, y el eje Y vertical y positivo hacia arriba. Aquí se establece también el valor de la gravedad (valor absoluto) y el tiempo final.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

g:	Gravedad a utilizar. Por defecto se coloca el valor de la gravedad en el sistema seleccionado (9.81 m/s2 para SI, y 32.2 ft/s2 para el sistema Inglés).
t:	Tiempo final del problema.

10.2 Móvil



Móvil con movimiento general para problemas de colisión. Los ángulos son medidos desde el eje X positivo, siendo la dirección positiva la contraria al movimiento de las manecillas del reloj.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

Nombre: Nombre del móvil.

m: Masa del móvil.

vi: Velocidad inicial, en la dirección indicada por el ángulo inicial.

angi: Ángulo que determina la dirección de la velocidad inicial.

vf: Velocidad final del móvil, en la dirección indicada por el ángulo final.

angf: Ángulo que determina la dirección de la velocidad final.

10.3 Móvil en X/Y





Móviles con movimiento a lo largo del eje X y Y, respectivamente. Utilizados en problemas de colisión.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

Nombre: Nombre del móvil.

m: Masa del móvil.

vi: Velocidad inicial del móvil.

vf: Velocidad final del móvil.

10.4 Bloque con movimiento vertical



Bloque con movimiento vertical. Admite únicamente una fuerza de fricción, vertical u horizontal.

Ecuaciones: 3 ó 4 (si las fuerzas aplicadas son todas verticales se establecen 3 ecuaciones, de lo contrario 4).

Datos:

Nombre: Nombre del bloque.

m: Masa del bloque.

a: Aceleración del bloque.

vi: Velocidad inicial.

vf: Velocidad final.

d: Distancia recorrida.

Relativo a: Por defecto, su valor es *sf*, indicando que su movimiento es referido al sistema de referencia fijo. Sin embargo, dicho movimiento puede ser relativo a un bloque con movimiento horizontal.

10.5 Bloque con movimiento horizontal



Bloque con movimiento horizontal. Admite únicamente una fuerza de fricción horizontal.

Ecuaciones: 4

Datos:

Nombre: Nombre del bloque.

m: Masa del bloque.

a: Aceleración del bloque.

vi: Velocidad inicial.

vf: Velocidad final.

d: Distancia recorrida.

Relativo a: Por defecto, su valor es *sf*, indicando que su movimiento es referido al sistema de referencia fijo. Sin embargo, dicho movimiento puede ser relativo a otro bloque.

10.6 Bloque en un plano inclinado a la izquierda



Todos sus datos son referidos a un sistema de coordenadas con el eje X paralelo al plano y positivo hacia arriba, y el eje Y perpendicular al plano y positivo hacia arriba. Admite únicamente una fuerza de fricción, paralela al plano inclinado.

Ecuaciones: 4

Datos:

Nombre:	Nombre del bloque.
m:	Masa del bloque.
ang:	Ángulo positivo que indica la inclinación del plano, medido desde la horizontal.
a:	Aceleración del bloque.
vi:	Velocidad inicial.
vf:	Velocidad final.
d:	Distancia recorrida.
Relativo a:	Por defecto, su valor es *sf*, indicando que su movimiento es referido al sistema de referencia fijo. Sin embargo, dicho movimiento puede ser relativo a otro bloque.

10.7 Bloque en un plano inclinado a la derecha



Todos sus datos son referidos a un sistema de coordenadas con el eje X paralelo al plano y positivo hacia arriba, y el eje Y perpendicular al plano y positivo hacia arriba. Admite únicamente una fuerza de fricción, paralela al plano inclinado.

Ecuaciones: 4

Datos:

Nombre:	Nombre del bloque.
m:	Masa del bloque.
ang:	Ángulo positivo que indica la inclinación del plano, medido desde la horizontal.
a:	Aceleración del bloque.
vi:	Velocidad inicial.
vf:	Velocidad final.
d:	Distancia recorrida.
Relativo a:	Por defecto, su valor es *sf*, indicando que su movimiento es referido al sistema de referencia fijo. Sin embargo, dicho movimiento puede ser relativo a otro bloque.

10.8 Polea



Una polea sin masa ni fricción. No admite fuerzas de fricción o de contacto.

Ecuaciones: 1 ó 2 (si las fuerzas aplicadas son todas horizontales, o verticales, se establece 1 ecuación, de lo contrario 2).

Datos:

Nombre: Nombre de la polea (este dato no se utiliza en absoluto).

10.9 Resortes



Resortes sin masa que obedecen la ley de Hooke. *xi* es la distancia que inicialmente el resorte esta estirado o comprimido. *xf* es la distancia que el resorte esta estirado o comprimido al final. Si el resorte esta estirado, la distancia es positiva, si esta comprimido, la distancia es negativa. Admite una o dos fuerzas en la dirección del resorte. En el caso de dos fuerzas, estas deben tener sentidos contrarios (comprimiendo el resorte o estirándolo) y la misma magnitud o incógnita. Y no admite fuerzas de fricción o de contacto. La fuerza aplicada, o fuerzas aplicadas, debe tener el sentido en que el resorte se moverá (estirándose o comprimiéndose).

Ecuaciones: 1

Datos:

k: Constante del resorte.

xi: Posición inicial del resorte.

xf: Posición final del resorte.

10.10 Fuerzas



Fuerzas con la dirección y sentido indicado por las flechas.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

f	Magnitud de la fuerza.
ang	Ángulo positivo que indica la dirección de la fuerza, medido desde la horizontal. Este dato sólo esta presente para las fuerzas oblicuas.

10.11 Fricciones



Fuerzas de fricción con la dirección y sentido indicado por las flechas. Las fuerzas de fricción oblicuas, para ser utilizadas con bloques en planos inclinados, se asumen paralelas a dichos planos.

Ecuaciones: Ninguna.

Dato:

Normal:	Fuerza normal a partir de la cual se calcula la fricción.
u:	Coeficiente de fricción estática o dinámica.

10.12 Fricciones entre bloques (contactos)



Fricciones entre bloques con el sentido y dirección indicado por las flechas.

Ecuaciones: Ninguna.

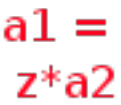
Datos:

Normal: Normal a partir de la cual se calcula la fricción.

u: Coeficiente de fricción estático o dinámico.

ang: Ángulo positivo que determina la dirección en que actúa la fricción, medido desde la horizontal. Este dato sólo esta presente para las fuerzas oblicuas.

10.13 Relación de aceleraciones



Permite relacionar las magnitudes de las aceleraciones de dos bloques.

Ecuaciones: 1

Datos:

a1: Aceleración del primer bloque.

a2: Aceleración del segundo bloque.

z: Factor de relación, por defecto es -1.

10.14 Movimiento relativo



Permite obtener los datos de aceleración, velocidad final y distancia recorrida de un bloque, en relación al sistema de referencia fijo, para el caso cuando sus datos están en relación a otro bloque en movimiento, que actúa como sistema de referencia móvil. Los ángulos son medidos desde el eje X positivo, siendo la dirección positiva la contraria al movimiento de las manecillas del reloj.

Ecuaciones: 6

Datos:

Objeto:	Nombre del bloque cuyos datos son relativos.
asf:	Aceleración absoluta del bloque.
ang_asf:	Ángulo de la aceleración absoluta.
vf_sf:	Velocidad final absoluta del bloque.
ang_vfsf:	Ángulo de la velocidad final absoluta.
dsf:	Distancia absoluta recorrida.
ang_dsf:	Ángulo de la distancia absoluta recorrida.

10.15 Colisión



Colisión entre móviles. Admite colisiones entre dos elementos Móvil en X, o dos elementos Móvil en Y. O entre dos elementos Móvil. Cualquier otra combinación no es permitida.

Ecuaciones: 2 ó 4 (si los dos objetos que colisionan se mueven en el eje X, o Y, se establecen 2 ecuaciones, de lo contrario 4).

Datos:

Objeto 1: Nombre del primer móvil.

Objeto 2: Nombre del segundo móvil.

e: Coeficiente de restitución.

angn: Ángulo de la normal de contacto, medido desde el eje X positivo. La dirección positiva se toma en el sentido contrario a la del movimiento de las agujas del reloj.

10.16 Energía



Establece el principio del trabajo y la energía para 1, 2, 3 ó 4 bloques o móviles.

Ecuaciones: 1

Datos:

Objeto 1: Nombre del primer bloque o móvil.

Objeto 2: Nombre del segundo bloque o móvil.

Objeto 3: Nombre del tercer bloque o móvil.

Objeto 4: Nombre del cuarto bloque o móvil.

W: Trabajo externo aplicado al sistema conformado por los cuatro objetos.

10.17 Momento



Establece el principio de la cantidad de movimiento y del impulso para un bloque o móvil.

Ecuaciones: 2

Datos:

Objeto: Nombre del bloque o móvil.

Imp: Magnitud del vector impulso.

ang: Ángulo del vector impulso, medido desde el eje X positivo. La dirección positiva se toma en el sentido contrario a la del movimiento de las agujas del reloj.

fImp: Magnitud de la fuerza impulsiva.

10.18 Potencia



Determina la potencia con la que un bloque realiza trabajo.

Ecuaciones: 1

Datos:

Objeto: Nombre del bloque.

P: Potencia.

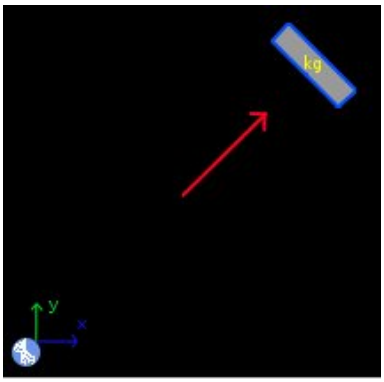
11 Ejemplos de dinámica de partículas

11.1 Ejemplo 1

Un bloque de 3 kilogramos, partiendo del reposo, resbala en un plano inclinado 30 grados. Sin tomar en cuenta la fricción ¿Que velocidad tiene después de recorrer 2 metros sobre el plano? ¿Cual es su aceleración?

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Dinámica y, dentro de este, el módulo Puntual. Seleccionamos también el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos ahora un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Bloque con movimiento a lo largo de un plano inclinado hacia la derecha, y a este último elemento, le agregamos un elemento Fuerza, correspondiente a la normal aplicada por el plano. Tal y como se muestra en la siguiente imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo, agrega automáticamente el valor de la gravedad. Sin embargo, el tiempo es una incógnita:

g	9.81
t	t

Ahora, para el bloque inclinado tenemos:

Nombre	Bloque
m	3
ang	30
a	a

vi	0
vf	vf
d	-2
Relativo a	sf

Obsérvese el signo negativo para la distancia recorrida (recuérdese el sistema de referencia local, respecto al cual están medidos los datos del bloque). Y para el elemento Fuerza aplicada al bloque:

f	n
ang	60

Ya que el plano esta inclinado 30 grados, entonces la normal esta a 60 grados. Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver, para obtener la respuesta:

```
a = -4.905 m/s2 ;  vf = -4.429 m/s ;  t = 0.903 s ;
n = 25.487 N ;
Estado = success.
```

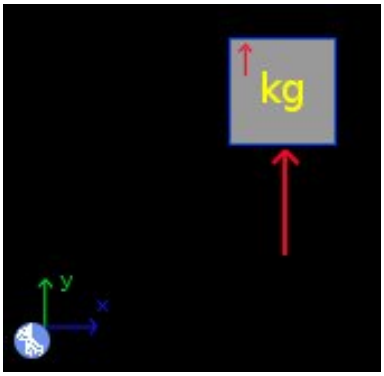
Aquí, los datos que nos interesan, son vf = -4.426 m/s y a = -4.905 m/s2, ambos con signos negativos (recuérdese el sistema de referencia local).

11.2 Ejemplo 2

Un bloque de 4 kilogramos, se encuentra sobre una balanza dentro de un ascensor que se mueve hacia arriba con una aceleración de 1.6 m/s2. ¿Que peso, en Newtons, indica la balanza?

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos entonces un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Bloque con movimiento vertical, y a este último elemento, le agregamos un elemento Fuerza, correspondiente a la normal aplicada por el plato de la balanza. Tal y como se muestra en la siguiente imagen:



Antes que nada, obsérvese que no se nos proporcionan datos de velocidad inicial o final. Por lo tanto, podemos asumir, por simplicidad, que la velocidad inicial del ascensor es 0, Y, puesto que no se nos preguntan datos de velocidad final o distancia recorrida, asumiremos, otra vez por simplicidad, que el tiempo transcurrido es de 1 segundo. Por lo tanto, para el elemento Sistema de referencia fijo, tenemos:

g	9.81
t	1

Adviértase que la fuerza buscada (el peso), es el mismo independientemente de los datos de tiempo o velocidad inicial que asumamos. Para el elemento Bloque con movimiento vertical, tenemos:

Nombre	Bloque
m	4
a	1.6

vi	0
vf	vf
d	d
Relativo a	sf

Donde tanto la velocidad final y la distancia recorrida son incógnitas (para este caso, el nombre es irrelevante). Por último, para la fuerza aplicada, que es una incógnita (el peso buscado), tenemos:

f	n

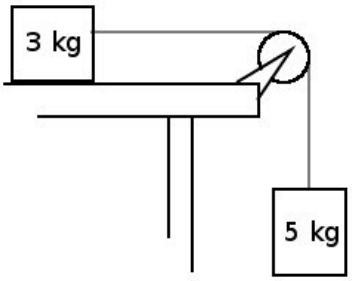
Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver, para obtener la respuesta:

```
n = 45.640 N ;  vf = 1.600 m/s ;  d = 0.800 m ;
Estado = success.
```

Donde el único dato que nos interesa es n = 45.640 N.

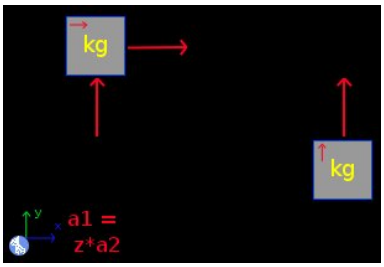
11.3 Ejemplo 3

Dos bloques se encuentran amarrados como muestra la figura. Si el sistema parte del reposo, ¿cual es la aceleración del sistema? ¿Que velocidad tienen los bloques después de 0.5 segundos? ¿Que distancia han recorrido durante ese tiempo?



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Bloque con movimiento vertical, un elemento Bloque con movimiento horizontal, y un elemento Relación. Agregamos los elementos Fuerza necesarios para formar los dos diagramas de cuerpo libre correspondientes, tal y como se muestra en la siguiente imagen:



En el elemento Sistema de referencia fijo el tiempo es un dato conocido, por lo tanto:

g	9.81
t	0.5

Para el bloque sobre la mesa tenemos:

Nombre	Bloque A

m	3
a	a_A
vi	0
vf	vf_A
d	d_A
Relativo a	sf

Donde el nombre es irrelevante, puesto que no se utiliza en otro elemento. Para la fuerza que corresponde a su normal:

f	n_A

Y para la fuerza que corresponde a la tensión de la cuerda:

f	t

El bloque que cuelga de la cuerda queda entonces como:

Nombre	Bloque B
m	5
a	a_B
vi	0
vf	vf_B
d	d_B
Relativo a	sf

Aquí el nombre también es irrelevante. Y para la cuerda que lo sostiene:

f	t

La misma incógnita que para la tensión de la cuerda aplicada al bloque sobre la mesa, puesto que es la misma cuerda. Para el elemento Relación tenemos:

a1	a_A
a2	a_B
z	-1

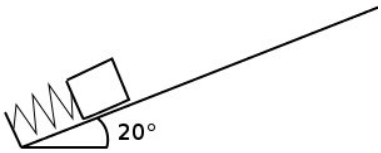
Esto relaciona las magnitudes de las aceleraciones de los bloques. Que deben tener la misma magnitud, pero son de signo contrario por estar medidos en diferentes sistemas locales. Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver, para obtener la respuesta:

```
a_B = -6.131 m/s2 ;  vf_B = -3.066 m/s ;  d_B = -0.766 m ;
a_A = 6.131 m/s2 ;  t = 18.394 N ;  vf_A = 3.066 m/s ;
d_A = 0.766 m ;  n_A = 29.430 N ;
Estado = success.
```

Como era de esperarse, las velocidades finales y las distancias recorridas, son las mismas para ambos bloques. Aunque los signos son contrarios debido a los diferentes sistemas de referencia local para cada bloque.

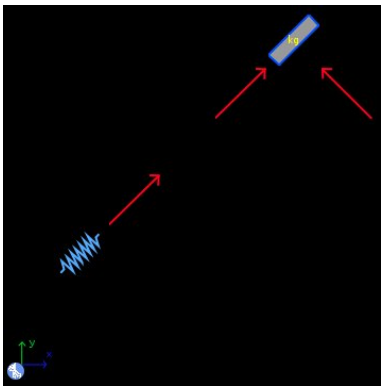
11.4 Ejemplo 4

Un bloque de 2 kilogramos, se encuentra en reposo sobre un resorte de constante 1100 N/m que esta comprimido 5 cm, como se muestra en la figura. El coeficiente de fricción dinámica entre el bloque y el plano es de 0.2. Si el resorte se suelta repentinamente y la fricción actúa a partir del momento en que el bloque deja el resorte, ¿Que distancia recorrerá el bloque sobre el plano? Sin contar los 5 cm del resorte. ¿Que cantidad de energía se disipa debido a la fricción?



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Resorte, y un elemento Bloque con movimiento a lo largo de un plano inclinado hacia la izquierda. Y agregamos los elementos Fuerza necesarios para formar los dos diagramas de cuerpo libre correspondientes, tal y como se muestra en la siguiente imagen:



Recuerde que la fuerza en los resortes, debe tener el sentido hacia donde se moverá el resorte. En este caso alejándose del resorte, puesto que este se estirará.

Antes que nada, hay que advertir que necesitamos dividir el problema en dos partes. La primera, comprende desde el momento en que el resorte es liberado, hasta el momento en que el resorte alcanza su longitud natural. La segunda parte comprende desde el momento en que el bloque deja al resorte,

hasta cuando se detiene por la fricción y la gravedad. Con esto en mente, procedemos a resolver la primera parte. En el elemento Sistema de referencia fijo el tiempo es una incógnita:

g	9.81
t	t

Para el resorte tenemos:

Nombre	Resorte
k	1100
xi	-5 @ cm
xf	0

Obsérvese que la posición inicial es -5 cm, puesto que el resorte esta comprimido. Y que la posición final es 0, que corresponde a cuando el resorte tiene su longitud natural. Para la fuerza aplicada al resorte, que es una incógnita, tenemos:

f	f
ang	20

Para el bloque inclinado tenemos:

Nombre	Bloque
m	2
ang	20
a	a
vi	0
vf	vf
d	5 @ cm
Relativo a	sf

Donde la distancia recorrida es la misma que la recorrida por el resorte. Para la fuerza que corresponde a la normal, que esta a 70 grados de la horizontal, tenemos:

f	n

ang 70

Y para la fuerza aplicada al bloque por el resorte, que es la misma incógnita que para la fuerza aplicada al resorte:

f f

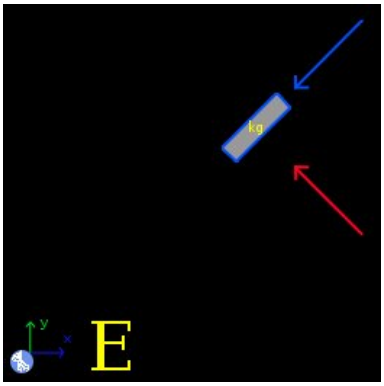
ang 20

Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver, para obtener la respuesta:

```
n = 18.437 N ;  f = 27.500 N ;  t = 0.098 s ;
a = 10.395 m/s2 ;  vf = 1.020 m/s ;
Estado = success.
```

Adviértase que la aceleración dada por FísicaLab para el bloque, es una aceleración promedio, puesto que la fuerza aplicada por el resorte no es constante. Así mismo, la fuerza dada por FísicaLab para el resorte, es una fuerza promedio.

Ahora falta resolver la segunda parte del problema. Para ello, borramos el elemento Resorte, el elemento Fuerza aplicado al resorte y el aplicado al bloque (no el que corresponde a la normal). Y aplicamos un elemento Fricción, y en elemento Energía, tal y como se muestra en la siguiente imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo, queda igual:

g 9.81

t t

Ahora, para el bloque, tenemos:

Nombre	Bloque
m	2
ang	20
a	a
vi	1.020
vf	0
d	d
Relativo a	sf

Donde hemos colocado como velocidad inicial la velocidad final que se calculo anteriormente, y como velocidad final 0. Además, la distancia recorrida es ahora una incógnita. Para la fuerza que corresponde a la normal, los datos quedan igual:

f	n
ang	70

Ahora, para el elemento Fricción tenemos:

Normal	n
u	0.2

Donde la variable n es la normal a partir de la cual se calculará la fuerza de fricción. Y para el elemento Energía:

Objeto 1	Bloque
Objeto 2	0
Objeto 3	0
Objeto 4	0
W	Trab

Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver, para obtener la respuesta:

```
n = 18.437 N ;  a = -5.199 m/s2 ;  d = 0.100 m ;
t = 0.196 s ;  Trab = -0.369 J ;
Estado = success.
```

```
ADVERTENCIA: Verifique que las fuerzas de fricción
sean contrarias al sentido del movimiento
(cuando corresponda).
```

La energía disipada por la fricción es entonces de 0.369 Joules, y la distancia recorrida por el bloque es 0.100 metros ó 10 cm.

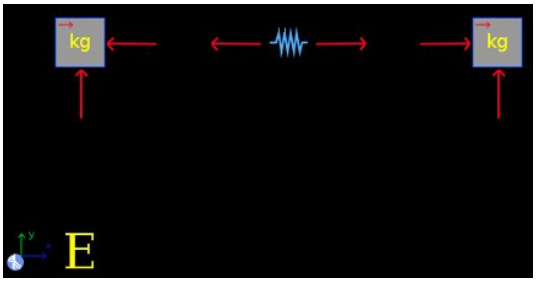
11.5 Ejemplo 5

Un resorte con constante de 1300 N/m, que esta comprimido 8 cm, se encuentra entre dos bloques como muestra la figura. Uno de los bloques tiene una masa de 0.5 kilogramos, y el otro una de 0.7 kilogramos. Si el resorte se suelta repentinamente, y no hay fricción, ¿Con que velocidad dejan los bloques el resorte?



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Resorte, dos elementos Bloque con movimiento horizontal, y un elemento Energía. Y agregamos los elementos Fuerza necesarios para formar los tres diagramas de cuerpo libre correspondientes, tal y como se muestra en la siguiente imagen:



En el elemento Sistema de referencia fijo el tiempo es una incógnita:

g	9.81
t	t

Para el bloque de la izquierda, que supondremos es el de 0.5 kilogramos, tenemos:

Nombre	A
m	0.5
a	a_A

vi 0

vf vf_A

d d_A

Relativo a sf

Para la fuerza que corresponde a la normal, tenemos:

f n_A

Para el bloque de la derecha, que supondremos es el de 0.7 kilogramos, tenemos:

Nombre B

m 0.7

a a_B

vi 0

vf vf_B

d d_B

Relativo a sf

Y para su fuerza normal:

f n_B

Para cada una de la fuerzas aplicadas en los bloques por el resorte, tenemos.

f f

Ahora, para para cada una de las fuerzas en el resorte, tenemos:

f f

La misma incógnita que para las fuerzas aplicadas en los bloques. Además, el sentido de las fuerzas es alejándose del resorte, puesto que este se estirará. Ahora, para el elemento Resorte tenemos:

Nombre Resorte

k	1300
xi	-8 @ cm
xf	0

Y para el elemento Energía:

Objeto 1	A
Objeto 2	B
Objeto 3	Resorte
Objeto 4	0
W	0

Puesto que el trabajo realizado por fuerzas externas es 0 (no hay fricción). Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver, para obtener la respuesta:

```
t = 0.030 s ;  f = 52.000 N ;  n_B = 6.867 N ;
a_A = -104.000 m/s2 ;  vf_A = -3.116 m/s ;
d_A = -0.047 m ;  a_B = 74.286 m/s2 ; vf_B = 2.225 m/s ;
d_B = 0.033 m ;  n_A = 4.905 N ;
Estado = success.
```

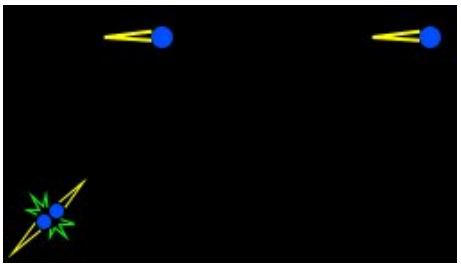
Donde los datos que nos interesan son vf_A = -3.116 m/s y vf_B = 2.225 m/s.

11.6 Ejemplo 6

Un móvil A con masa de 3 kilogramos y velocidad de 50 m/s, se mueve en la dirección del eje X positivo. Un segundo móvil B, de 5 kilogramos, y con velocidad de 75 m/s, que se mueve en la misma dirección que el A, le da alcance e impacta con el. Si el impacto es elástico, ¿Con que velocidad se mueven después del impacto?

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos dos elementos Móvil en X y un elemento Colisión, tal y como se muestra en la siguiente imagen:



Para el elemento Móvil en X de la derecha, que suponemos es el móvil A, tenemos:

Nombre	A
m	3
vxi	50
vxf	vf_A

Para el otro elemento Móvil en X, tenemos:

Nombre	B
m	5
vxi	75
vxf	vf_B

Y para el elemento Colisión:

Objeto 1	A
Objeto 2	B

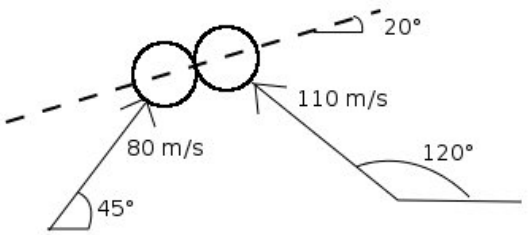
e	1
angn	0

Como el impacto es elástico, hemos puesto el coeficiente de restitución igual a 1, y como se trata de un impacto central directo, el ángulo de la normal es 0. Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver, para obtener la respuesta:

```
vf_A = 81.250 m/s ;  vf_B = 56.250 m/s ;
Estado = success.
```

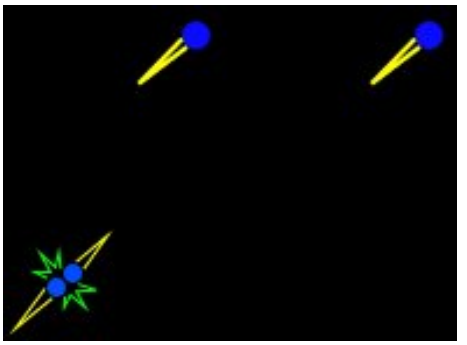
11.7 Ejemplo 7

Un objeto A de 4 kg y otro B de 3 kg, se mueven con velocidades de 80 m/s y 110 m/s respectivamente, con las direcciones mostradas en la figura. Dichos objetos impactan con la normal indicada en la figura. Si el coeficiente de restitución es de 0.7 ¿Con que velocidades y en que direcciones se moverán después del impacto?



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos dos elementos Móvil y un elemento Colisión, tal y como se muestra en la siguiente imagen:



Para el elemento Móvil del lado izquierdo, que suponemos es el objeto A, tenemos:

Nombre	A
m	4
vi	80
angi	45
vf	vf_A
angf	ang_A

Para el otro elemento Móvil, el objeto B:

Nombre	B
m	3
vi	110
angi	120
vf	vf_B
angf	ang_B

Y para el elemento Colisión:

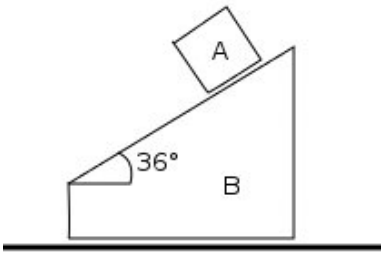
Objeto 1	A
Objeto 2	B
e	0.7
angn	20

Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver, para obtener la respuesta:

```
vf_A = 34.297 m/s ;  ang_A = 100.326 grados ;
vf_B = 128.916 m/s ;  ang_B = 77.172 grados ;
Estado = success.
```

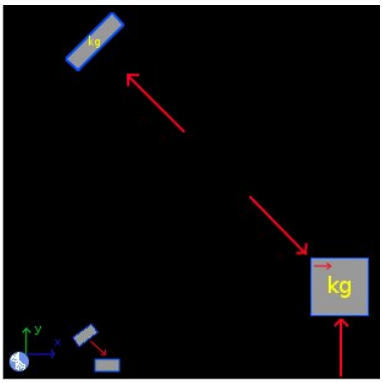
11.8 Ejemplo 8

Un bloque A se coloca sobre un bloque B, que a su vez se coloca sobre una superficie, como se muestra en la figura. En el instante mostrado en la figura, ambos bloques están en reposo. Si el bloque A tiene una masa de 1.7 kg, el B una de 4 kg y no hay fricción, ¿Con que aceleraciones se moverán los bloques, al momento de soltarlos? ¿Que velocidades tendrán después de 0.2 segundos?



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregando los elementos requeridos, se construye el diagrama de cuerpo libre para cada uno de los bloques. Tal y como se muestra en la siguiente imagen:



En el elemento Sistema de referencia fijo el tiempo es un dato conocido, por lo tanto:

g	9.81
t	0.2

Para el bloque inclinado, que corresponde al bloque A, tenemos:

Nombre	A
m	1.7
ang	36
a	aA
vi	0
vf	vfA
d	dA
Relativo a	B

Observe que el movimiento de este bloque es relativo al bloque B. Ahora para su fuerza normal:

f	nA
ang	54

Para el bloque con movimiento horizontal, que corresponde al bloque B, tenemos.

Nombre	B
m	4
a	aB
vi	0
vf	vfB
d	dB
Relativo a	sf

Para su correspondiente normal:

f	nB

Y para la fuerza que le aplica el bloque A, tenemos:

f	nA
ang	54

El elemento Movimiento relativo es necesario, puesto que al estar el bloque A sobre el bloque B, sus datos de aceleración, velocidad y distancia, serán relativos al bloque B. El elemento Movimiento relativo, nos permite obtener los datos del bloque A en relación al sistema de referencia fijo. Tenemos, entonces:

Objeto	A
asf	asfA
ang_asf	ang_asfA
vfsf	vfsfA
ang_vfsf	ang_vfsfA
dsf	dsfA
ang_dsf	ang_dsfA

Donde los seis datos son incógnitas. Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver, para obtener la respuesta:

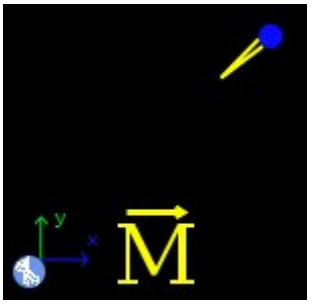
```
nA = 11.765 N ;  nB = 48.758 N ;  aA = -7.165 m/s2 ;
vfA = -1.433 m/s ;  dA = -0.143 m ;  aB = 1.729 m/s2 ;
vfB = 0.346 m/s ;  dB = 0.035 m ;  asfA = 5.855 m/s2 ;
ang_asfA = 225.994 grados ;  vfsfA = 1.171 m/s ;
ang_vfsfA = 225.994 grados ; dsfA = 0.117 m ;
ang_dsfA = 225.994 grados ;
Estado = success.
```

11.9 Ejemplo 9

Una bola de béisbol, con masa de 0.22 kg, lanzada horizontalmente con una velocidad de 32 m/s, es bateada de tal forma que adquiere una velocidad de 61 m/s a 40 grados sobre la horizontal, ¿Que impulso fue aplicado a la pelota?

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Móvil y un elemento Momento, tal y como se muestra en la figura:



No nos dicen cuanto tiempo dura el impacto de la pelota con el bate, pero asumiremos que dura 0.01 segundos, que es un tiempo razonable. Así, para el elemento Sistema de referencia fijo, tenemos:

g	9.81
t	0.01

Asumiremos que inicialmente la pelota se mueve en la dirección negativa del eje X, con el fin de que el ángulo de la velocidad final sea de 40 grados (recuérdese que los ángulos se miden desde el eje X positivo, siendo positiva la dirección contraria al movimiento de las manecillas del reloj). Con esto establecido, tenemos para el elemento Móvil:

Nombre	Pelota
m	0.22
vi	32
angi	180
vf	61
angf	40

Y para el elemento Momento:

Objeto	Pelota
Imp	imp
ang	ang
fImp	f

Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver, para obtener la respuesta:

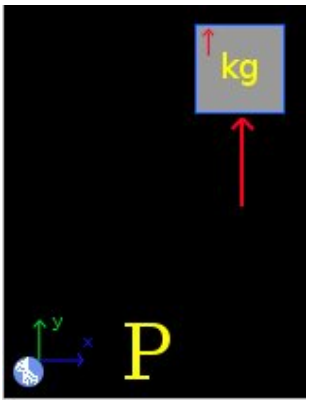
```
imp = 9.215 N*s ;  ang = 69.412 grados ;  f = 921.472 N ;
Estado = success.
```

11.10 Ejemplo 10

Una caja de 80 kilogramos es subida por una grúa, en 3 minutos, a la terraza de un edificio de 50 metros. ¿Que potencia se desarrollo para subir la caja?

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos un elemento Bloque con movimiento vertical, un elemento Potencia, un elemento Sistema de referencia fijo, y un elemento Fuerza aplicado al bloque, tal y como se muestra en la siguiente imagen:



En el elemento Sistema de referencia fijo el tiempo es un dato conocido, por lo tanto:

g	9.81
t	3 @ min

Para el elemento Bloque, suponiendo que este parte del reposo, tenemos:

Nombre	Caja
m	80
a	a
vi	0
vf	vf
d	50
Relativo a	sf

Para el elemento Fuerza:

f f

Y para el elemento Potencia:

Objeto Caja

P Pot

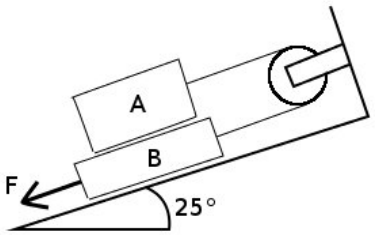
Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver, para obtener la respuesta:

```
f = 785.047 N ;  a = 0.003 m/s2 ;  vf = 0.556 m/s ;
Pot = 218.069 W ;
Estado = success.
```

NOTA: *También puede calcularse la potencia desarrollada cuando la caja es subida a velocidad constante. Para ello, la aceleración debe ponerse igual a 0, y la velocidad inicial y final como incógnitas.*

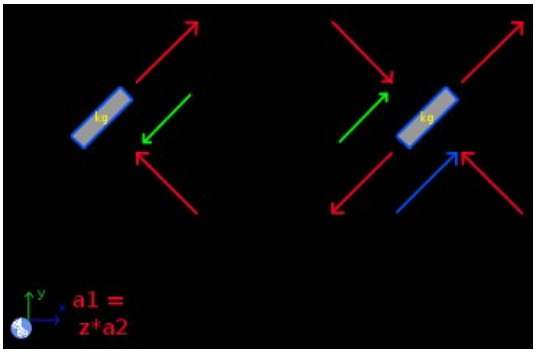
11.11 Ejemplo 11

Un bloque A de 23 kilogramos, se encuentra sobre un bloque B de 17 kg como muestra la figura. Si el coeficiente de fricción dinámico, entre todas las superficies, es de 0.18 y la fuerza aplicada al bloque B es de 235 Newtons, ¿Cual es la aceleración del bloque A? ¿Cual es la tensión en el cable?



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregando los elementos requeridos, se construye el diagrama de cuerpo libre para cada uno de los bloques. Tal y como se muestra en la siguiente imagen:



Asumiendo que el sistema parte del reposo y asumiendo también un tiempo de 0.5 segundos. Tenemos para el elemento Sistema de referencia fijo:

g	9.81
t	0.5

Para el bloque inclinado, que corresponde al bloque A, tenemos:

Nombre	A
m	23

ang	25
a	aA
vi	0
vf	vfA
d	dA
Relativo a	sf

Para la fuerza que corresponde a su normal:

f	nA
ang	65

Para la fuerza de contacto, que corresponde a la fricción con el bloque B:

N	nA
u	0.18
ang	25

Y para la fuerza que corresponde a la tensión de la cuerda:

f	t
ang	25

Ahora para el bloque inclinado, que corresponde al bloque B, tenemos:

Nombre	B
m	17
ang	25
a	aB
vi	0
vf	vfB
d	dB
Relativo a	sf

Para la fuerza que corresponde a su normal:

f	nB

ang 65

Para la fricción con el plano inclinado tenemos:

N nB
u 0.18

Para la fuerza de contacto, que corresponde a la fricción con el bloque A:

N nA
u 0.18
ang 25

Para la fuerza aplicada de 235 Newtons, tenemos:

f 235
ang 25

Para la fuerza que corresponde a la tensión de la cuerda:

f t
ang 25

Para la fuerza normal aplicada por el bloque A, tenemos:

f nA
ang 65

Y para la relación de las aceleraciones:

a1 aA
a2 aB
z -1

Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver, para obtener la respuesta:

```
nB = 355.635 N ;  t = 173.848 N ;  nA = 204.490 N ;
```

```
aA = 1.812 m/s2 ;  aB = -1.812 m/s2 ;  vfB = -0.906 m/s ;
dB = -0.227 m ;  vfA = 0.906 m/s ;  dA = 0.227 m ;
Estado = success.

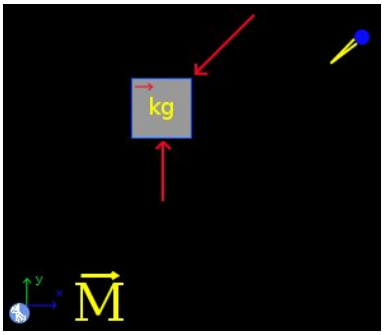
ADVERTENCIA: Verifique que las fuerzas de fricción sean
contrarias al sentido del movimiento (cuando corresponda).
```

11.12 Ejemplo 12

Un cañón de 1000 kilogramos, dispara una bala de 9 kilogramos a una velocidad de 500 m/s a un ángulo de 30 grados. Si el cañón se encuentra sobre una superficie horizontal y se puede mover libremente sobre ella, y asumiendo que el cañón es un cuerpo rígido, ¿Cual es la velocidad de retroceso del cañón? ¿Cual es la normal aplicada por el suelo durante el disparo? El disparo dura 7 milisegundos.

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Y se agregan los elementos mostrados en la imagen:



Para el elemento Sistema de referencia fijo, tenemos:

g	9.81
t	0.007

Para el bloque:

Nombre	Canon
m	1000
a	a
vi	0
vf	vf
d	d
Relativo a	sf

Para la fuerza que corresponde a su normal:

f	n

Para la fuerza que corresponde a la fuerza impulsiva aplicada por el disparo, tenemos:

f	f
ang	30

Para el elemento Móvil que corresponde a la bala tenemos:

Nombre	Bala
m	9
vi	0
angi	0
vf	500
angf	30

Y para el elemento Momento:

Objeto	Bala
Imp	imp
ang	ang
fImp	f

Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver, para obtener la respuesta:

```
n = 331238.571 N ;  a = -556.731 m/s2 ;  vf = -3.897 m/s ;
d = -0.014 m ;  f = 642857.143 N ;  imp = 4500.000 N*s ;
ang = 30.000 grados ;
Estado = success.
```

12 Módulo de dinámica circular de partículas

Los factores de conversión disponibles en este módulo para el sistema SI son:

mm	milímetro
cm	centímetro
km	kilometro
in	pulgada
ft	pie
mi	milla
mm/s	milímetros por segundo
mm/s2	milímetros por segundo al cuadrado
cm/s	centímetros por segundo
cm/s2	centímetros por segundo al cuadrado
km/h	kilómetros por hora
in/s	pulgadas por segundo
in/s2	pulgadas por segundo al cuadrado
ft/s	pies por segundo
ft/s2	pies por segundo al cuadrado
mph	millas por hora
kt	nudo
min	minuto
h	hora
rad	radian
rpm	revoluciones por minuto
g	gramo
T	tonelada métrica
slug	slug
cv	caballo de vapor
hp	caballo de fuerza
N*cm	Newton centímetro

Y los disponibles para el sistema Inglés son:

in	pulgada
in/s	pulgadas por segundo
in/s2	pulgadas por segundo al cuadrado
mm	milímetro
mm/s	milímetros por segundo
mm/s2	milímetros por segundo al cuadrado
cm	centímetro
cm/s	centímetros por segundo
cm/s2	centímetros por segundo al cuadrado
m	metro
m/s	metros por segundo
m/s2	metros por segundo al cuadrado
km	kilometro
km/h	kilómetros por hora
kt	nudo
mi	milla
mph	millas por hora
min	minuto
h	hora
rad	radian
rpm	revoluciones por minuto
g	gramo
kg	kilogramo
cv	caballo de vapor
hp	caballo de fuerza
lb/in	libras por pulgada

En este módulo, las fuerzas (elementos Fuerza o Fricción) se aplican a los objetos (elementos Móvil o Resorte), colocándolas en las celdas adyacentes

a estos. Cada uno de estos objetos, si no se encuentra en los bordes de la Pizarra, tiene 8 celdas adyacentes. Este módulo esta constituido por 42 elementos, los cuales se presentan a continuación con una descripción de cada uno de ellos, de los datos que requieren, las fuerzas que admiten y el número de ecuaciones que establece cada uno.

En este módulo los elementos Masa en reposo, Móvil con movimiento rectilíneo, Móvil con movimiento circular, Móvil con movimiento circular polar, Resorte y Centro de rotación se utilizan para establecer, por separado, el estado inicial y final del problema a resolver. Seguidamente ambos estados se relacionan mediante los elementos Energía, Momento angular, Momento Lineal y/o Potencia. El elemento Móvil con movimiento circular perpendicular puede utilizarse para establecer/conocer algunas condiciones iniciales o finales adicionales (ver ejemplos).

Nota: *Los elementos Energía, Momento angular, Momento Lineal y Potencia, admiten sólo ciertas combinaciones de objetos. Y aunque en general el usuario no debe preocuparse por esto, al final de esta sección se provee como referencia una lista completa de las combinaciones admitidas para cada uno de estos elementos.*

12.1 Sistema de referencia fijo



Establece el sistema de referencia estacionario, con el eje X horizontal y positivo hacia la derecha, y el eje Y vertical y positivo hacia arriba. Así como el valor de la gravedad (valor absoluto).

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

g: Gravedad a utilizar. Por defecto se coloca el valor de la gravedad en el sistema seleccionado (9.81 m/s2 para SI, y 32.2 ft/s2 para el sistema Inglés).

t: Tiempo del problema, para ser utilizado en los datos de potencia y momento. Por defecto su valor es 1, para evitar un valor indefinido de la potencia.

12.2 Masa en reposo



Una masa en reposo a una distancia Y sobre la linea de referencia horizontal. No admite fuerzas ni fricciones.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

Nombre: Nombre del objeto.

m: Masa del objeto.

y: Coordenada vertical del objeto.

12.3 Móvil con movimiento rectilíneo



Móvil con movimiento lineal. Admite fuerzas pero no fricciones.

Ecuaciones: 2 si hay fuerzas aplicadas, de lo contrario 0.

Datos:

Nombre:	Nombre del móvil.
m:	Masa del móvil.
v:	Velocidad del móvil.
x:	Coordenada X del móvil.
y:	Coordenada Y del móvil.
ang:	Ángulo del vector velocidad. Medido desde el eje X positivo, siendo el sentido positivo el contrario al movimiento de las manecillas del reloj.
a:	Aceleración del móvil.

12.4 Móvil con movimiento circular



Móvil con movimiento circular. Admite únicamente una fuerza, que representa la fuerza centrípeta. No admite fricciones.

Ecuaciones: 1 si hay una fuerza aplicada, de lo contrario 0.

Datos:

Nombre: Nombre del móvil.

m: Masa del móvil.

vt: Velocidad tangencial del móvil. Un valor positivo corresponde al sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj.

r: Radio de giro.

y: Coordenada Y del móvil.

12.5 Móvil con movimiento circular polar



Móvil con un movimiento circular descrito según coordenadas polares. Un valor positivo de la velocidad tangencial, indica que el móvil gira en sentido contrario a las manecillas del reloj. Y un valor positivo de la velocidad radial, indica que el móvil se aleja del centro de rotación. Admite únicamente una fuerza, que representa una fuerza radial. No admite fricciones.

Ecuaciones: 1 si hay una fuerza aplicada, de lo contrario 0.

Datos:

Nombre: Nombre del móvil.

m: Masa del móvil.

vt: Velocidad tangencial.

r: Radio de giro.

y: Coordenada Y del móvil.

vr: Velocidad radial. Si este dato es una incógnita, se dará como resultado el valor positivo.

ar: Aceleración radial. Si este dato es una incógnita, se dará como resultado el valor positivo.

12.6 Móvil con movimiento circular perpendicular



Móvil con movimiento circular en un plano horizontal. Es decir, perpendicular a la pizarra. Admite tanto fuerzas como fricciones.

Ecuaciones: 3

Datos:

Nombre:	Nombre del móvil.
m:	Masa del móvil.
vt:	Velocidad tangencial del móvil.
r:	Radio de giro.
at:	Aceleración tangencial.
Ft:	Fuerza tangencial aplicada.
C:	Ubicación del centro. Por defecto es `">"`, indicando que el centro esta ubicado a la derecha. Mientras que `"<"` indica que el centro esta ubicado a la izquierda.

12.7 Velocidad angular



Elemento para medir la velocidad angular de un móvil con movimiento circular o circular polar.

Ecuaciones: 1

Datos:

Objeto:	Nombre del móvil con movimiento circular o circular polar.
vang:	Velocidad angular. Un valor positivo corresponde al sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj.

12.8 Aceleración centrípeta



Elemento para medir la aceleración centrípeta de un móvil con movimiento circular o circular polar.

Ecuaciones: 1

Datos:

Objeto:	Nombre del móvil con movimiento circular o circular polar.
ac:	Aceleración centrípeta.

12.9 Aceleración angular



Elemento para medir la aceleración angular de un móvil con movimiento circular perpendicular.

Ecuaciones: 1

Datos:

Objeto: Nombre del móvil.

aang: Aceleración angular.

12.10 Energía



Elemento que estable el principio del trabajo y la energía para dos objetos o sistemas de objetos. Para el caso de problemas que involucran un elemento Centro, se asume que los eventos ocurren en un plano horizontal, por lo que la energía potencial gravitacional no se toma en cuenta. Tampoco se toma en cuenta dicha energía para el caso de la explosión de un proyectil. Puesto que se consideran el estado un instante antes de la explosión y el estado un instante después de la misma.

Ecuaciones: 1

Datos:

Sistema i: Sistema u objeto inicial.

Sistema f: Sistema u objeto final.

W: Trabajo implicado en el cambio de energía entre el sistema inicial y el sistema final.

12.11 Momento angular



Elemento que establece el principio de la cantidad de movimiento angular y del impulso angular para dos objetos o sistemas de objetos.

Ecuaciones: 1

Datos:

Sistema i: Sistema u objeto inicial.

Sistema f: Sistema u objeto final.

M: Momento implicado entre el cambio de la cantidad de movimiento angular entre el sistema inicial y el sistema final. El tiempo utilizado es el establecido en el elemento Sistema de referencia fijo.

12.12 Momento lineal



Elemento que establece el principio de la cantidad de movimiento lineal y del impulso para dos objetos o sistemas de objetos.

Ecuaciones: 2

Datos:

Sistema i: Sistema u objeto inicial.

Sistema f: Sistema u objeto final.

Fx: Fuerza horizontal implicada entre el cambio de la cantidad de movimiento lineal entre el sistema inicial y el sistema final. El tiempo utilizado es el establecido en el elemento Sistema de referencia fijo.

Fy: Fuerza vertical implicada entre el cambio de la cantidad de movimiento lineal entre el sistema inicial y el sistema final. El tiempo utilizado es el establecido en el elemento Sistema de referencia fijo.

12.13 Potencia



Elemento para calcular la potencia aplicada/desarrollada entre el estado del sistema inicial y el estado del sistema final. Para el caso de problemas que involucran un elemento Centro, se asume que los eventos ocurren en un plano horizontal, por lo que la energía potencial gravitacional no se toma en cuenta. Tampoco se toma en cuenta dicha energía para el caso de la explosión de un proyectil. Puesto que se consideran el estado un instante antes de la explosión y el estado un instante después de la misma.

Ecuaciones: 1

Datos:
Sistema i: Sistema u objeto inicial.

Sistema f: Sistema u objeto final.

P: Potencia.

12.14 Sistema inicial



Un sistema inicial compuesto por varios objetos. Admite elementos Masa en reposo, Móvil con movimiento rectilíneo, Móvil con movimiento circular, Móvil con movimiento circular polar, Centro y Resortes.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:
Nombre: Nombre del sistema.

Objeto 1: Objeto que forma parte del sistema.

Objeto 2: Objeto que forma parte del sistema.

Objeto 3: Objeto que forma parte del sistema.

Objeto 4: Objeto que forma parte del sistema.

12.15 Sistema final



Un sistema final compuesto por varios objetos. Admite elementos Masa en reposo, Móvil con movimiento rectilíneo, Móvil con movimiento circular, Móvil con movimiento circular polar, Centro y Resortes.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:
Nombre: Nombre del sistema.

Objeto 1: Objeto que forma parte del sistema.

Objeto 2: Objeto que forma parte del sistema.

Objeto 3: Objeto que forma parte del sistema.

Objeto 4: Objeto que forma parte del sistema.

12.16 Centro de rotación



Centro de rotación para ser usado en un sistema de móviles con movimiento circular que giran alrededor de este.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

Nombre: Nombre del centro de rotación.

v: Velocidad del centro.

ang: Ángulo del vector velocidad. Medido desde el eje X positivo, siendo el sentido positivo el contrario al movimiento de las manecillas del reloj.

x: Coordenada X del centro.

y: Coordenada Y del centro.

12.17 Resortes



Resortes sin masa que obedecen la ley de Hooke. d es la longitud que el resorte esta estirado o comprimido. Es positiva si el resorte esta estirado y negativa si esta comprimido. Admite una o dos fuerzas en la dirección del resorte. En el caso de dos fuerzas, estas deben tener sentidos contrarios (comprimiendo el resorte o estirándolo) y la misma magnitud o incógnita. Y no admite fuerzas de fricción. Si el resorte esta comprimido, el sentido de la fuerza aplicada, o fuerzas aplicadas, debe ser hacia el resorte. Si el resorte esta estirado, el sentido debe ser alejándose del resorte.

Ecuaciones: 1.

Datos:

k:	Constante del resorte.
d:	Longitud que el resorte esta estirado o comprimido.

12.18 Fuerzas



Fuerzas con la dirección y sentido indicado por las flechas.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

f:	Magnitud de la fuerza.
ang:	Ángulo positivo que indica la dirección de la fuerza, medido desde la horizontal. Este dato sólo esta presente para las fuerzas oblicuas.

12.19 Fricciones



Fricciones con la dirección y sentido indicado por las flechas.

Ecuaciones: Ninguna.

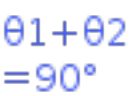
Datos:

f: Magnitud de la fuerza.

u: Coeficiente de fricción estático.

ang: Ángulo positivo que indica la dirección de la fuerza, medido desde la horizontal. Este dato sólo esta presente para las fricciones oblicuas.

12.20 Ángulos



Relaciona dos ángulos que deben ser complementarios. Ambos ángulos deben ser datos desconocidos.

Ecuaciones: 1

Datos:

ang1: Nombre que representa un ángulo.

ang2: Nombre que representa otro ángulo.

12.21 Momento de una fuerza o par de fuerzas



Elemento para relacionar el momento de una fuerza con su respectiva fuerza y el brazo de esta. O para relacionar el momento de un par de fuerzas con la magnitud de una de las fuerzas y el brazo del par.

Ecuaciones: 1

Datos:

M:	Momento, un valor positivo corresponde a un sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj.
f:	Magnitud de la fuerza o de una de las fuerzas del par.
d:	Brazo de la fuerza o del par de fuerzas.

12.22 Aceleración total (Triangulo de aceleraciones)



Elemento para medir el vector aceleración total de un móvil con movimiento circular perpendicular.

Ecuaciones: 2

Datos:

Objeto:	Nombre del móvil.
atot:	Aceleración total.
ang:	Ángulo del vector aceleración total. Medido desde el radio vector, siendo el sentido positivo el contrario al movimiento de las manecillas del reloj.

12.23 Aceleración máxima



Establece la aceleración total de un móvil, con movimiento circular perpendicular, a la producida por la máxima fuerza de fricción. Esto para el caso cuando la fuerza de fricción produce tanto una aceleración tangencial como la aceleración centrípeta (para el caso cuando la fuerza de fricción únicamente produce la aceleración centrípeta, simplemente se aplica una fuerza de fricción directamente al móvil).

Ecuaciones: 1

Datos:

Objeto:	Nombre del móvil.
u:	Coeficiente de fricción estática.

12.24 Inercia



Elemento para medir el radio de giro efectivo y la masa total de un sistema formado por dos o tres elementos móvil con movimiento circular.

Ecuaciones: 2

Datos:

Sistema: Nombre del sistema.

m: Masa total del sistema.

r: Radio efectivo de giro.

12.25 Velocidad absoluta



Elemento para medir la velocidad absoluta de un móvil con movimiento circular que gira alrededor de un elemento centro.

Ecuaciones: 2

Datos:

Objeto: Nombre del móvil con movimiento circular.

angR: Ángulo de rotación del móvil. Medido desde el eje X positivo, siendo el sentido positivo el contrario al movimiento de las manecillas del reloj.

Centro: Nombre del centro.

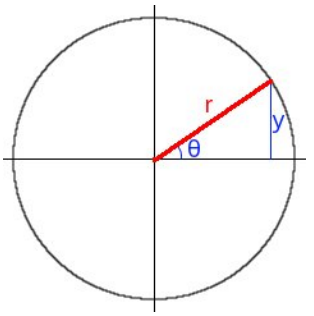
v: Velocidad absoluta del móvil.

ang: Ángulo del vector velocidad absoluta. Medido desde el eje X positivo, siendo el sentido positivo el contrario al movimiento de las manecillas del reloj.

12.26 Seno del ángulo

$$\sin\theta = y/r$$

Elemento para definir el seno de un ángulo a partir del radio de una trayectoria circular y la altura de este sobre/bajo la horizontal. El signo de la altura no se toma en cuenta, únicamente se toma su valor absoluto.



Ecuaciones: 1

Datos:

y:	Distancia vertical.
r:	Radio de giro.
ang:	Ángulo.

12.27 Combinaciones admitidas

Se utilizan las siguientes abreviaciones:

MR	Masa en reposo.
ML	Móvil con movimiento rectilíneo.
MC	Móvil con movimiento circular.
MP	Móvil con movimiento circular polar.
C	Centro de rotación.
R	Resorte.

Los elementos Energía y Potencia admiten las siguientes combinaciones:

Sistema i	**Sistema f**
MR	MR
MR	ML
MR	MC
ML	MR
ML	ML
ML	MC
MC	MR
MC	ML
MC	MC
MC	MP
MP	MC
MP	MP
ML	Sistema final con 2 ML

ML	Sistema final con 3 ML
ML	Sistema final con 4 ML
ML	Sistema final con 2 MC y 1 C
ML	Sistema final con 2 MC, 1 ML y 1 C
Sistema inicial con 2 MC	Sistema final con 2 MC
Sistema inicial con 3 MC	Sistema final con 3 MC
Sistema inicial con 1 MC y 1 R	Sistema final con 1 MC y 1 R
Sistema inicial con 1 ML y 1 R	Sistema final con 1 ML y 1 R
Sistema inicial con 1 ML y 2 R	Sistema final con 1 ML y 2 R
Sistema inicial con 1 ML y 3 R	Sistema final con 1 ML y 3 R
Sistema inicial con 2 MC y 1 C	Sistema final con 2 ML
Sistema inicial con 3 MC y 1 C	Sistema final con 3 ML
Sistema inicial con 3 MC y 1 C	Sistema final con 2 MC, 1 ML y 1 C
Sistema inicial con 1 MC y 1 R	Sistema final con 1 MR y 1 R
Sistema inicial con 1 MR y 1 R	Sistema final con 1 MC y 1 R
Sistema inicial con 1 ML y 1 R	Sistema final con 1 MR y 1 R
Sistema inicial con 1 MR y 1 R	Sistema final con 1 ML y 1 R
Sistema inicial con 1 ML y 2 R	Sistema final con 1 MR y 2 R
Sistema inicial con 1 MR y 2 R	Sistema final con 1 ML y 2 R
Sistema inicial con 1 ML y 3 R	Sistema final con 1 MR y 3 R
Sistema inicial con 1 MR y 3 R	Sistema final con 1 ML y 3 R

Sistema inicial con 1 MC y 1 R Sistema final con 1 MP y 1 R

Sistema inicial con 1 MP y 1 R Sistema final con 1 MC y 1 R

Sistema inicial con 1 MP y 1 R Sistema final con 1 MP y 1 R

El elemento Momento Angular admite las siguientes combinaciones:

Sistema i	**Sistema f**
MC	MC
MC	MP
MP	MC
MP	MP
ML	Sistema final con 2 ML
ML	Sistema final con 3 ML
ML	Sistema final con 4 ML
ML	Sistema final con 2 MC y 1 C
ML	Sistema final con 2 MC, 1 ML y 1 C
Sistema inicial con 2 MC	Sistema final con 2 MC
Sistema inicial con 3 MC	Sistema final con 3 MC
Sistema inicial con 2 MC y 1 C	Sistema final con 2 ML
Sistema inicial con 3 MC y 1 C	Sistema final con 3 ML
Sistema inicial con 3 MC y 1 C	Sistema final con 2 MC, 1 ML y 1 C

El elemento Momento Lineal admite las siguientes combinaciones:

Sistema i	**Sistema f**
ML	ML
ML	Sistema final con 2 ML
ML	Sistema final con 3 ML
ML	Sistema final con 4 ML
ML	Sistema final con 2 MC y 1 C
ML	Sistema final con 2 MC, 1 ML y 1 C
Sistema inicial con 2 MC y 1 C	Sistema final con 2 ML
Sistema inicial con 3 MC y 1 C	Sistema final con 3 ML
Sistema inicial con 3 MC y 1 C	Sistema final con 2 MC, 1 ML y 1 C

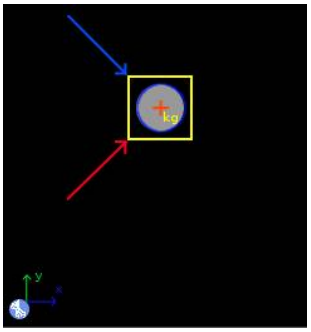
13 Ejemplos de dinámica circular de partículas

13.1 Ejemplo 1

La sección curva de una carretera tiene un peralte de 18 grados y un radio de curvatura de 230 metros. Si el coeficiente de fricción estática entre los neumáticos de un automóvil y el asfalto es de 0.33, encuentre: a) La velocidad máxima a la que el automóvil puede tomar la curva, b) La velocidad para la cual no hay fuerza de fricción entre los neumáticos y el asfalto y, c) La velocidad mínima a la que el auto puede tomar la curva.

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Dinámica y, dentro de este, el módulo Circular. Seleccionamos también el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos ahora un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Móvil con movimiento circular perpendicular, un elemento Fuerza y un elemento Fricción. Tal y como se muestra en la siguiente imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo, agrega automáticamente el valor de la gravedad. Y el dato del tiempo es irrelevante para este problema. Ahora para el elemento Móvil con movimiento circular perpendicular, que representa al automóvil, y puesto que el enunciado no provee la masa del mismo (este dato es irrelevante para lo que se esta buscando), colocamos como masa 1 kg y a la velocidad buscada le agregamos el factor de km/h. También colocamos como incógnita la fuerza tangencial, aunque la aceleración tangencial sea 0, con el fin de cumplir con el número de incógnitas. Y dejamos el centro de rotación ubicado a la derecha que se corresponde con las fuerzas aplicadas:

Nombre	0
m	1
vt	vt @ km/h

r	230
at	0
Ft	Ft
C	>

Para el elemento Fuerza, que representa la normal, y tomando en cuenta que el peralte de la curva es de 18 grados, tenemos:

f	normal
ang	72

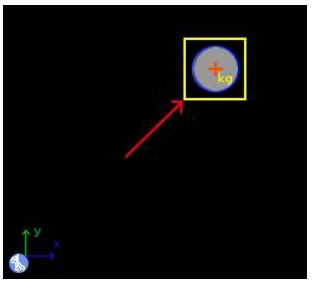
Y para la fuerza de fricción:

N	normal
u	0.33
ang	18

Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver para obtener la respuesta:

```
normal = 11.554 N ;  vt = 146.462 km/h ;  Ft = 0.000 N ;
Estado = success.
```

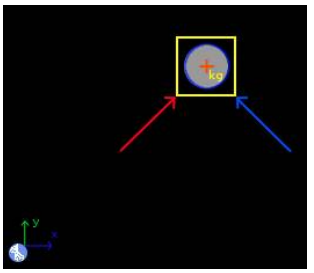
Para el inciso b primero eliminamos el elemento Fricción, puesto que no debe haber fuerza de fricción:



Y damos clic en el icono Resolver para obtener la respuesta:

```
normal = 10.315 N ;  vt = 97.474 km/h ;  Ft = 0.000 N ;
Estado = success.
```

Ahora para el inciso c agregamos nuevamente una fuerza de fricción:



Con los datos:

N	normal
u	0.33
ang	18

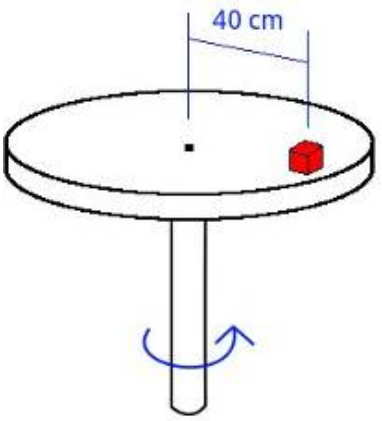
Y nuevamente damos clic en el icono Resolver para obtener la respuesta:

```
normal = 9.316 N ;  vt = 0.503 km/h ;  Ft = 0.000 N ;
Estado = the iteration has not converged yet.
```

¿Que significa esto? Que no hay una velocidad mínima. El coeficiente de fricción dado es suficiente para que el automóvil se estacione en la curva y no resbale.

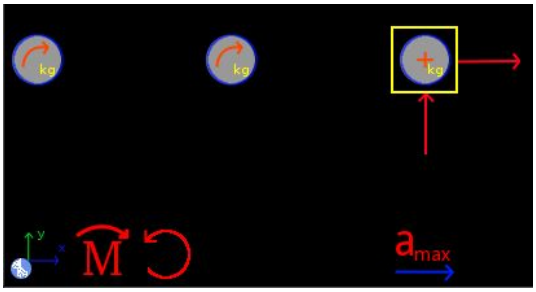
13.2 Ejemplo 2

Un pequeño bloque A está sobre una mesa que partiendo del reposo gira con una aceleración tangencial constante. Si el coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y la mesa giratoria es 0.57, determínese el mínimo intervalo de tiempo para que el bloque alcance una rapidez de 1.2 m/s sin resbalar.



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Dinámica y, dentro de este, el módulo Circular. Seleccionamos también el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos ahora un elemento Sistema de referencia fijo, dos elementos Móvil con movimiento circular, un elemento Móvil con movimiento circular perpendicular, dos elementos Fuerza, un elemento Momento angular, un elemento Momento de una fuerza y un elemento Aceleración máxima. Tal y como se muestra en la siguiente imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo, agrega automáticamente el valor de la gravedad. Y el dato del tiempo es una incógnita:

g	9.81

t	tiempo

El enunciado no da un dato para la masa del bloque, ya que es un dato irrelevante para lo que se pide. Pero como necesitamos especificar una masa, colocaremos 1 kg. Así, para el elemento Móvil con movimiento circular de la izquierda, que representa el estado inicial, tenemos:

Nombre	inicial
m	1
vt	0
r	40 @ cm
y	0

Para el otro elemento Móvil con movimiento circular, el de la derecha, que representa el estado final, tenemos:

Nombre	final
m	1
vt	1.2
r	40 @ cm
y	0

Ahora agregamos ambos objetos al elemento Momento angular, siendo M el momento que causa la aceleración del bloque:

Sistema i	inicial
Sistema f	final
M	M

El elemento Móvil con movimiento circular perpendicular lo utilizamos para establecer condiciones adicionales en el estado final. Dejando el centro de rotación a la derecha y llamándolo A, tenemos (tanto la aceleración tangencial como la fuerza tangencial son desconocidas):

Nombre	A
m	1
vt	1.2

r	40 @ cm
at	at
Ft	Ft
C	>

Y en el elemento Aceleración máxima establecemos el coeficiente de fricción, lo que asegura que tanto la fuerza tangencial (Ft) como la centrípeta se deban a la máxima fuerza de fricción:

Objeto	A
u	0.57

Ahora en el elemento Momento de una fuerza relacionamos la fuerza tangencial máxima (Ft) con el momento aplicado:

M	M
f	Ft
d	40 @ cm

Por último, para las fuerzas Normal y Centrípeta tenemos, respectivamente:

f	normal
f	centripeta

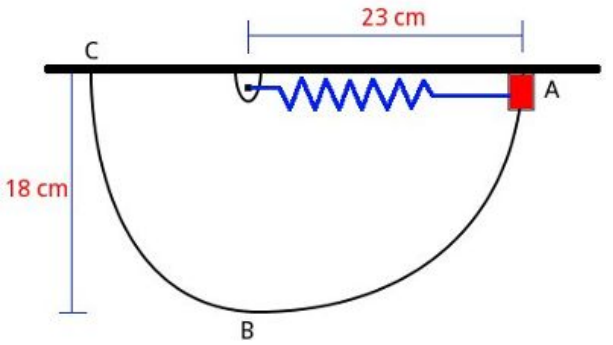
Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver para obtener la respuesta:

```
centripeta = 3.600 N ;  tiempo = 0.280 s ;  M = 1.711 N*m ;
at = 4.279 m/s2 ;  Ft = 4.279 N ;  normal = 9.810 N ;
Estado = success.
```

El tiempo mínimo es de 0.28 segundos.

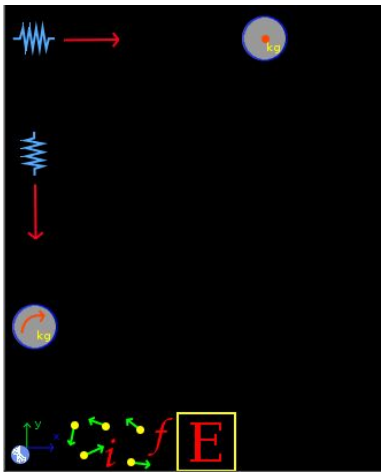
13.3 Ejemplo 3

Un collarín de 1.7 kg está unido a un resorte y resbala en un plano vertical (sin rozamiento) a lo largo de la barra ABC. La constante del resorte es de 550 N/m y esta sin deformar cuando su longitud es de 16 cm. Si el collarín se suelta en A sin velocidad inicial, determínese su velocidad al pasar por B.



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Dinámica y, dentro de este, el módulo Circular. Seleccionamos también el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos ahora un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Masa en reposo, un elemento Móvil con movimiento circular, dos elementos Resorte, dos elementos Fuerza, un elemento Sistema inicial, un elemento Sistema final y un elemento Energía. Tal y como se muestra en la siguiente imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo, agrega automáticamente el valor de la gravedad. Y para este problema, el dato del tiempo es irrelevante. Para el elemento Masa en reposo que representa el collarín en el punto A y tomando como referencia horizontal esta posición:

Nombre	collarinInicial
m	1.7
y	0

Y para el elemento Resorte que corresponde al estado inicial:

Nombre	resorteInicial
k	550
x	7 @ cm

Para el elemento Fuerza aplicada a este resorte:

f	fuerzaInicial

Tanto este resorte como el elemento Masa en reposo corresponden al estado inicial, por lo que los agregamos al elemento Sistema inicial, al cual llamaremos *inicial*:

Nombre	inicial
Objeto 1	collarinInicial
Objeto 2	resorteInicial
Objeto 3	0
Objeto 4	0

Ahora para el elemento Móvil con movimiento circular, que representa al collarín cuando pasa por el punto B, tenemos (no conocemos el dato del radio de giro, pero es irrelevante para este problema):

Nombre	collarinFinal
m	1.7
vt	vt
r	0
y	-18 @ cm

Para el elemento Resorte que corresponde al estado final:

Nombre	resorteFinal
k	550
x	2 @ cm

Y para la fuerza aplicada:

f	fuerzaFinal

Ahora agregamos este último resorte y el Móvil con movimiento circular, que constituyen el estado final, al elemento Sistema final que llamaremos *final*:

Nombre	final
Objeto 1	collarinFinal
Objeto 2	resorteFinal
Objeto 3	0
Objeto 4	0

Por último agregamos los elementos Sistema inicial y final al elemento Energía, recordando que no hay trabajo de fuerzas externas:

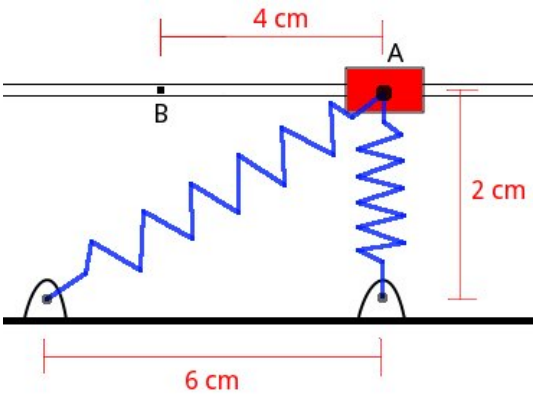
Sistema i	inicial
Sistema f	final
W	0

Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver para obtener la respuesta:

```
vt = 2.233 m/s ;  fuerzaInicial = 38.500 N ;
fuerzaFinal = 11.000 N ;
Estado = success.
```

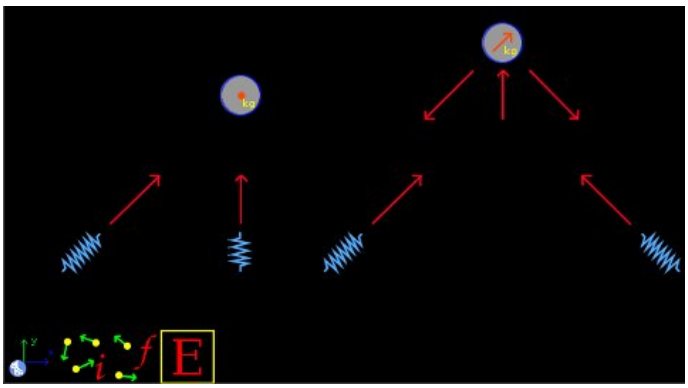
13.4 Ejemplo 4

Un collarín de 1.5 kg puede resbalar sin rozamiento a lo largo de una barra horizontal y está unido a dos resortes de constante 380 N/m, cuya longitud no deformada es de 2 cm. Si el collarín se suelta desde el reposo en la posición A, encuentre la velocidad de este cuando pasa por el punto B.



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Dinámica y, dentro de este, el módulo Circular. Seleccionamos también el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos ahora un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Masa en reposo, un elemento Móvil con movimiento rectilíneo, cuatro elementos Resorte, siete elementos Fuerza, un elemento Sistema inicial, un elemento Sistema final y un elemento Energía. Tal y como se muestra en la siguiente imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo, agrega automáticamente el valor de la gravedad. Y para este problema, el dato del tiempo es irrelevante. Para el elemento Masa en reposo que representa el collarín en el punto A, tenemos:

Nombre	collarinInicial
m	1.5
y	0

Para el elemento resorte, en la posición vertical, tenemos (este resorte no esta ni estirado ni comprimido):

Nombre	resorteUno
k	380
x	0

Ahora para la fuerza aplicada a este resorte:

f	fuerzaUno

Y para el segundo resorte del estado inicial, calculando previamente la distancia que esta estirado, tenemos (puede ingresarse directamente en el campo `hypot(6,2)-2 @ cm`):

$$(\sqrt{6\times 6+2\times 2}-2)\text{cm}=4.325\text{cm}$$

Nombre	resorteDos
k	380
x	4.325 @ cm

Y para la fuerza aplicada (aquí el dato del ángulo es irrelevante):

f	fuerzaDos
ang	0

Tanto el elemento Masa en reposo como los dos resortes, constituyen el estado inicial. Por lo que los agregamos al elemento Sistema inicial, al que llamaremos *inicial*:

Nombre	inicial

Objeto 1	collarinInicial
Objeto 2	resorteUno
Objeto 3	resorteDos
Objeto 4	0

Para el elemento Móvil con movimiento rectilíneo, que representa el collarín en el punto B, y siendo el movimiento horizontal (ángulo = 0) y la aceleración desconocida, tenemos (las coordenadas x,y son irrelevantes para este problema):

Nombre	collarinFinal
m	1.5
v	v
x	0
y	0
ang	0
a	aceleracion

Para la fuerza vertical, que representa la normal aplicada por la barra horizontal, tenemos:

f	normal

Ahora para la fuerza oblicua aplicada a la izquierda, la fuerza aplicada por el resorte a la izquierda, e ingresando el ángulo como la pendiente 2/2, tenemos:

f	fuerzaTres
ang	45.000

Y para la fuerza oblicua aplicada a la derecha, la fuerza aplicada por el resorte a la derecha, e ingresando el ángulo como la pendiente 2/4:

f	fuerzaCuatro
ang	26.565

Ahora para el elemento resorte ubicado a la izquierda, obteniendo primero la distancia que esta deformado, tenemos (puede ingresarse directamente en el campo `hypot(2,2)-2 @ cm`):

$$(\sqrt{2\times 2+2\times 2}-2)\text{cm}=0.828\text{cm}$$

Nombre	resorteTres
k	380
x	0.828 @ cm

Y para la fuerza aplicada a este resorte (aquí el dato del ángulo también es irrelevante):

f	fuerzaTres
ang	0

Ahora para el resorte ubicado a la derecha, obteniendo primero la distancia que esta deformado (puede ingresarse directamente en el campo `hypot(4,2)-2 @ cm`):

$$(\sqrt{4\times 4+2\times 2}-2)\text{cm}=2.472\text{cm}$$

Nombre	resorteCuatro
k	380
x	2.472 @ cm

Y para la fuerza aplicada (aquí el dato del ángulo también es irrelevante):

f	fuerzaCuatro
ang	0

Tanto el elemento Móvil con movimiento rectilíneo como estos dos resortes, constituyen el estado final. Por lo que los agregamos al elemento Sistema final, al que llamaremos *final*:

Nombre	final
Objeto 1	collarinFinal
Objeto 2	resorteTres
Objeto 3	resorteCuatro
Objeto 4	0

Por último agregamos los elementos Sistema inicial y final al elemento Energía, recordando que no hay trabajo de fuerzas externas:

Sistema i	inicial
Sistema f	final
W	0

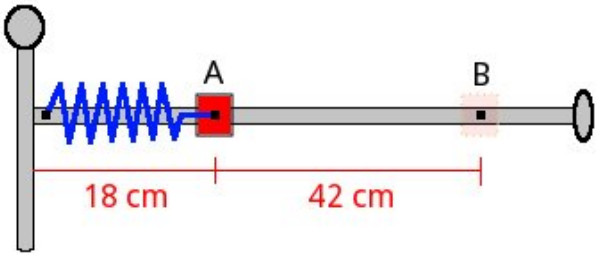
Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver para obtener la respuesta:

```
normal = 21.141 N ;  fuerzaTres = 3.146 N ;
fuerzaCuatro = 9.394 N ;  fuerzaDos = 16.435 N ;
fuerzaUno = -0.000 N ;  v = 0.549 m/s ;
aceleracion = 4.118 m/s2 ;
Estado = success.
```

La velocidad del collarín es de 0.549 m/s.

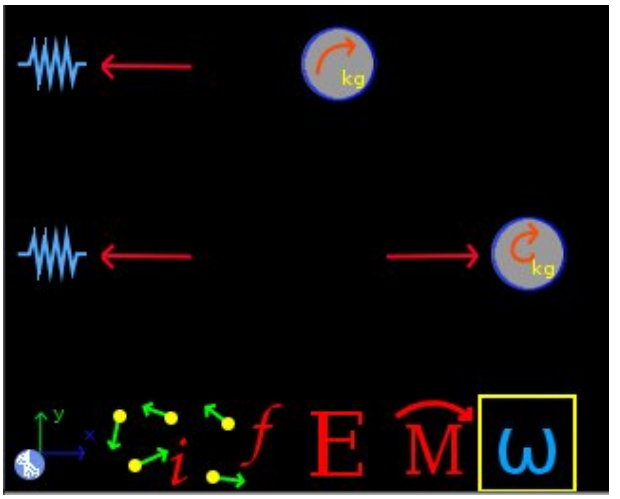
13.5 Ejemplo 5

Un collarín de 430 gramos puede resbalar sin rozamiento a lo largo de una barra horizontal, la cual a su vez puede girar libremente alrededor de un eje vertical. Un resorte de constante 4 N/m, cuya longitud no deformada es de 70 cm, sujeta el collarín a la barra, tal y como se muestra en la imagen de abajo. Inicialmente la barra gira a una velocidad angular constante de 13 rad/s. Mientras que una cuerda sujeta el collarín en la posición A. Repentinamente la cuerda se rompe y el resorte empuja el collarín hacia afuera. Despreciando la masa de la barra, encuentre la velocidad tangencial del collarín para la posición B y su aceleración radial.



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Dinámica y, dentro de este, el módulo Circular. Seleccionamos también el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos ahora un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Móvil con movimiento circular, un elemento Móvil con movimiento circular polar, dos elementos Resorte, tres elementos Fuerza, un elemento Sistema inicial, un elemento Sistema final, un elemento Energía, un elemento Momento angular y un elemento Velocidad angular. Tal y como se muestra en la siguiente imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo, agrega automáticamente el valor de la gravedad. Y para este problema, el dato del tiempo es irrelevante. Ahora para el elemento Móvil con movimiento circular, que representa el collarín en la posición A, y tomando en cuenta que la velocidad tangencial es incógnita, tenemos:

Nombre	collarinInicial
m	430 @ g
vt	vInicial
r	18 @ cm
y	0

Y en el elemento Velocidad angular establecemos la velocidad angular proporcionada para el collarín inicial:

Objeto	collarinInicial
vang	13

Para el elemento Resorte del estado inicial:

Nombre	resorteInicial
k	4
x	-52 @ cm

Y para la fuerza aplicada a este:

f	fuerzaInicial

Tanto el elemento Móvil con movimiento circular y el elemento Resorte, constituyen el estado inicial. Por lo que los agregamos al elemento Sistema inicial, al que llamaremos *inicial*:

Nombre	inicial
Objeto 1	collarinInicial
Objeto 2	resorteinicial
Objeto 3	0
Objeto 4	0

Ahora para el elemento Móvil con movimiento circular polar, que representa al collarín en la posición B, tenemos:

Nombre	collarinFinal
m	430 @ g
vt	vtFinal
r	60 @ cm
y	0
vr	vrFinal
ar	arFinal

Y para el elemento Fuerza aplicado a este móvil, que representa la fuerza aplicada por el resorte, tenemos:

f	fuerzaFinal

Esta fuerza esta aplicada ya que deseamos conocer la aceleración radial del móvil. Si este dato no fuera requerido, podríamos omitir esta fuerza. Ahora para el elemento Resorte del estado final:

Nombre	resorteFinal
k	4
x	-10 @ cm

Y para la fuerza aplicada a este:

f	fuerzaFinal

Tanto el elemento Móvil con movimiento circular polar y el anterior elemento Resorte, constituyen el estado final. Por lo que los agregamos al elemento Sistema final, al que llamaremos *final*:

Nombre final

Objeto 1 collarinFinal

Objeto 2 resorteFinal

Objeto 3 0

Objeto 4 0

Ahora agregamos ambos sistemas, inicial y final, al elemento Energía, tomando en cuenta que no hay trabajo realizado por fuerzas externas:

Sistema i inicial

Sistema f final

W 0

Y en el elemento Momento angular, agregamos los elementos que representan al collarín inicial y al collarín final:

Sistema i collarinInicial

Sistema f collarinFinal

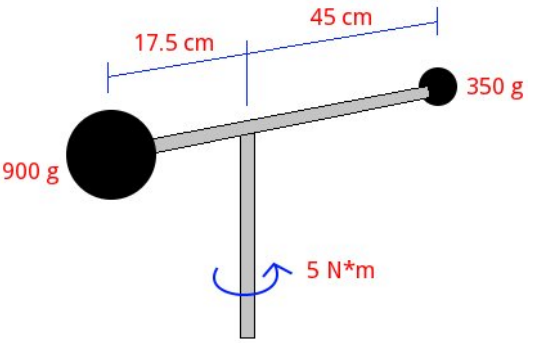
M 0

Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver para obtener la respuesta:

```
fuerzaInicial = 2.080 N ;  fuerzaFinal = 0.400 N ;
vInicial = 2.340 m/s ;  vtFinal = 0.702 m/s ;
vrFinal = 2.721 m/s ;  arFinal = 0.930 m/s2 ;
Estado = success.
```

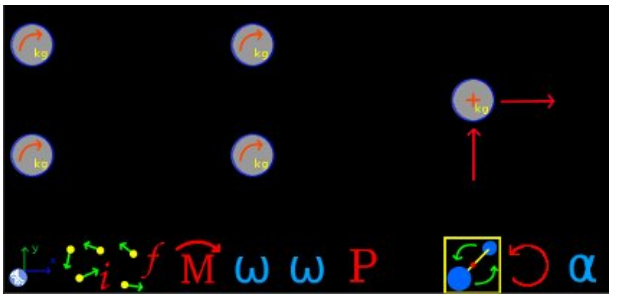
13.6 Ejemplo 6

Un sistema conformado por dos pequeñas esferas de 900 y 350 gramos, unidas por una varilla delgada, puede girar libremente alrededor de un eje vertical que pasa por el centro de masa del sistema. Inicialmente el sistema está en reposo cuando se le aplica un momento de 5 N*m. Despreciando la masa de la barra, encuentre la velocidad angular y la aceleración angular del sistema después de 1.2 segundos, así como la potencia aplicada.



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Dinámica y, dentro de este, el módulo Circular. Seleccionamos también el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos ahora un elemento Sistema de referencia fijo, cuatro elementos Móvil con movimiento circular, un elemento Móvil con movimiento circular perpendicular, dos elementos Fuerza, un elemento Sistema inicial, un elemento Sistema final, un elemento Potencia, un elemento Momento angular, dos elementos Velocidad angular, un elemento Aceleración angular, un elemento Momento de una fuerza y un elemento Inercia. Tal y como se muestra en la siguiente imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo, agrega automáticamente el valor de la gravedad. Y el dato del tiempo es el proporcionado en el enunciado:

g	9.81
t	1.2

Los dos elementos Móvil con movimiento circular de la parte superior representan el estado inicial del sistema. Tomando el de la izquierda como la esfera de 900 gramos, al que llamaremos *Ainicial*, y al de la derecha como la esfera de 350 gramos, al que llamaremos *Binicial*, tenemos respectivamente:

Nombre	Ainicial
m	900 @ g
vt	0
r	17.5 @ cm
y	0

Nombre	Binicial
m	350 @ g
vt	0
r	45 @ cm
y	0

Los agregamos ahora al elemento Sistema inicial, al cual llamaremos *inicial*:

Nombre	inicial
Objeto 1	Ainicial
Objeto 2	Binicial
Objeto 3	0
Objeto 4	0

Los dos elementos Móvil con movimiento circular de la parte inferior, representan el estado final. Llamando *Afinal* a la esfera de 900 gramos y *Bfinal* a la de 350 gramos, tenemos:

Nombre	Afinal
m	900 @ g

vt	vtAfinal
r	17.5 @ cm
y	0

Nombre	Bfinal
m	350 @ g
vt	vtBfinal
r	45 @ cm
y	0

Y los agregamos ahora al elemento Sistema final, al cual llamaremos *final*:

Nombre	final
Objeto 1	Afinal
Objeto 2	Bfinal
Objeto 3	0
Objeto 4	0

Ahora agregamos ambos sistemas al elemento Momento angular, donde ingresamos también el momento aplicado:

Sistema i	inicial
Sistema f	final
M	5

Los agregamos también al elemento Potencia, donde colocamos la potencia como una incógnita:

Sistema i	inicial
Sistema f	final
P	potencia

Ahora en los elementos Velocidad angular, colocamos la velocidad angular final como una incógnita (la misma para ambas esferas):

Objeto	Afinal

vang vang

Objeto Bfinal

vang vang

Para conocer la aceleración angular utilizaremos el elemento Móvil con movimiento circular perpendicular, aplicándole la fuerza producida por el momento aplicado. Pero como el sistema consta de dos esferas de diferente masa y diferente radio de giro, primero calcularemos la masa total y el radio de giro efectivo del sistema final, utilizando el elemento Inercia:

Sistema final

m mTotal

r radio

Ahora podemos obtener la fuerza correspondiente para este sistema utilizando el elemento Momento de una fuerza:

M 5

f Ft

d radio

He ingresamos esta información en el elemento Móvil con movimiento circular perpendicular, al que llamaremos *sistema*. Como velocidad tangencial para este sistema colocaremos 0, el valor inicial (La aceleración centrípeta es constante, y por lo tanto la misma al principio y al final. Por otro lado, no conocemos la velocidad final de este móvil.):

Nombre sistema

m mTotal

vt 0

r radio

at at

Ft Ft

C >

Y para las fuerzas aplicadas:

f normal

f centripeta

Por último al elemento Aceleración angular le asignamos el elemento Móvil con movimiento circular perpendicular:

Objeto sistema

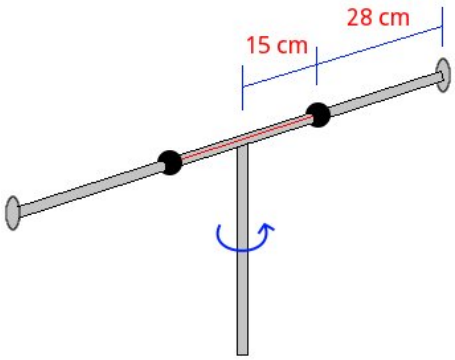
aang aang

Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver para obtener la respuesta:

```
normal = 12.263 N ;  centripeta = -0.000 N ;
mTotal = 1.250 kg ;  radio = 0.281 m ;
Ft = 17.817 N ;  aang = 50.794 rad/s2 ;
vtAfinal = 10.667 m/s ;  vtBfinal = 27.429 m/s ;
vang = 60.952 rad/s ;  potencia = 152.381 N*m/s ;
at = 14.254 m/s2 ;
Estado = success.
```

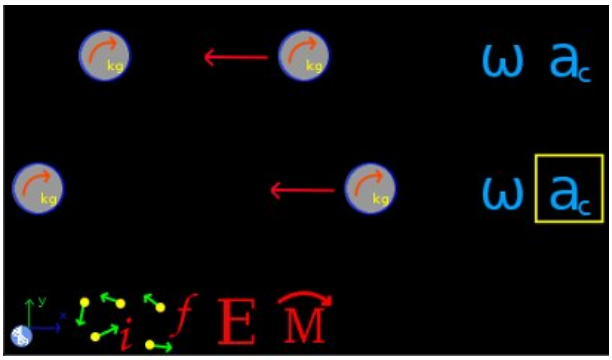
13.7 Ejemplo 7

Dos pequeñas esferas de 300 gramos pueden resbalar sin rozamiento a lo largo de una barra horizontal, la cual a su vez puede girar libremente alrededor de un eje vertical. Inicialmente la barra gira a una velocidad angular constante de 9 rad/s. Mientras que una cuerda sujeta ambas esferas a una distancia de 15 cm del eje de rotación. Repentinamente la cuerda se rompe y las esferas se alejan del centro hasta detenerse en los topes en los extremos de la barra. Despreciando la masa de la barra, encuentre la velocidad angular final del sistema y la energía pedida por el choque de las esferas con los extremos. Asimismo encuentre la fuerza centrípeta y la aceleración centrípeta de las esferas al inicio y al final.



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Dinámica y, dentro de este, el módulo Circular. Seleccionamos también el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos ahora un elemento Sistema de referencia fijo, cuatro elementos Móvil con movimiento circular, dos elementos Fuerza, un elemento Sistema inicial, un elemento Sistema final, un elemento Energía, un elemento Momento angular, dos elementos Velocidad angular y dos elementos Aceleración centrípeta. Tal y como se muestra en la siguiente imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo, agrega automáticamente el valor de la gravedad. Y para este problema, el dato del tiempo es irrelevante. Ahora para los elementos Móvil con movimiento circular de la parte superior, que representan las esferas del estado inicial, y llamándolas *Ainicial* y *Binicial*, tenemos:

Nombre	Ainicial
m	300 @ g
vt	vtInicial
r	15 @ cm
y	0

Nombre	Binicial
m	300 @ g
vt	vtInicial
r	15 @ cm
y	0

Ambas tienen la misma velocidad tangencial al inicio, la cual desconocemos. Ahora mediante uno de los elementos Velocidad angular, establecemos la velocidad angular inicial. Sólo es necesario hacerlo para una de las esferas:

Objeto	Ainicial
vang	9

Para el elemento Fuerza aplicada a un de estas esferas, y que representa la fuerza centrípeta, tenemos:

f centInicial

Solamente se agrego una fuerza ya que ambas esferas tienen la misma fuerza centrípeta. Ahora para uno de los elemento Aceleración centrípeta:

Objeto Ainicial
ac acInicial

Estas esferas constituyen el estado inicial, por lo que las agregamos al elemento Sistema inicial, al que llamaremos *inicial*:

Nombre inicial
Objeto 1 Ainicial
Objeto 2 Binicial
Objeto 3 0
Objeto 4 0

Ahora para los elementos Móvil con movimiento circular de la parte inferior, que representan las esferas en el estado final, llamándolas *Afinal* y *Bfinal*, tenemos:

Nombre Afinal
m 300 @ g
vt vtFinal
r 43 @ cm
y 0

Nombre Bfinal
m 300 @ g
vt vtFinal
r 43 @ cm
y 0

Ambos tienen la misma velocidad tangencial final. Para el elemento de fuerza aplicada:

f centFinal

Y para los elementos Velocidad angular y Aceleración centrípeta tenemos, respectivamente:

Objeto	Afinal
vang	vangFinal

Objeto	Afinal
ac	acFinal

Estas esferas constituyen el estado final, por lo que las agregamos al elemento Sistema final, al que llamaremos *final*:

Nombre	final
Objeto 1	Afinal
Objeto 2	Bfinal
Objeto 3	0
Objeto 4	0

Ahora para el elemento Momento angular, tomando en cuenta que no hay momentos aplicados:

Sistema i	inicial
Sistema f	final
M	0

Y para el elemento Energía:

Sistema i	inicial
Sistema f	final
W	energia

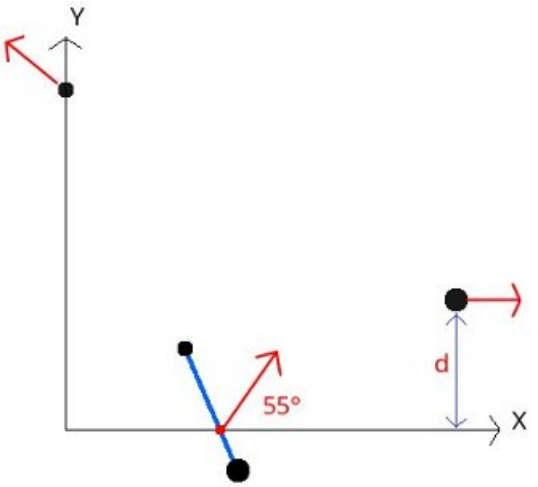
Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver para obtener la respuesta:

```
vangFinal = 1.095 rad/s ;  acInicial = 12.150 m/s2 ;
acFinal = 0.516 m/s2 ;  vtInicial = 1.350 m/s ;
vtFinal = 0.471 m/s ;  centInicial = 3.645 N ;
```

```
centFinal = 0.155 N ;  energia = -0.480 N*m ;
Estado = success.
```

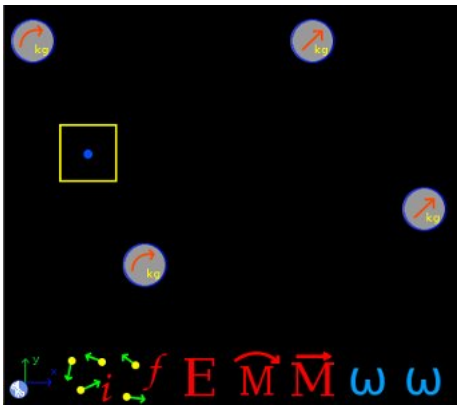
13.8 Ejemplo 8

Un pequeño disco de 500 gramos y otro de 1.5 kg están atados por medio de una cuerda de 48 cm. Ambos discos giran, en el sentido de las manecillas del reloj, con una velocidad angular de 8 rad/s alrededor del centro de masa. En el momento mostrado en la imagen, el centro de masa interseca al eje X a 2 metros del origen, con una velocidad de 0.45 m/s a 55 grados de la horizontal. Momentos después la cuerda se rompe, y se observa que el disco de 1.5 kg se mueve paralelamente al eje X y que el disco de 500 gramos interseca al eje Y a una distancia de 4.6 m del origen. Encuentre a) La velocidad de ambos discos después de que se rompe la cuerda y b) la distancia d entre el eje X y la trayectoria del disco de 1.5 kg.



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Dinámica y, dentro de este, el módulo Circular. Seleccionamos también el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos ahora dos elementos Móvil con movimiento circular, dos elementos Móvil con movimiento rectilíneo, un elemento Centro de rotación, un elemento Sistema inicial, un elemento Sistema final, dos elementos Velocidad angular, un elemento Energía, un elemento Momento angular y un elemento Momento lineal. Tal y como se muestra en la siguiente imagen:



Los dos elementos Móvil con movimiento circular de la parte izquierda representan el estado inicial del sistema. Tomando el de la izquierda como el disco de 500 gramos, al que llamaremos *Ainicial*, y al de la derecha como el disco de 1.5 kg, al que llamaremos *Binicial*, tenemos respectivamente (la distancia de cada disco al centro de rotación puede obtenerse usando la función `rd()`, y aplicando el factor de conversión):

Nombre	Ainicial
m	500 @ g
vt	vtA
r	36 @ cm
y	0

Nombre	Binicial
m	1.5
vt	vtB
r	12 @ cm
y	0

Las velocidades tangenciales son desconocidas. Pero conocemos la velocidad angular. Por lo tanto para los elementos velocidad angular tenemos, recordando que el giro es en el sentido en que se mueven las manecillas del reloj:

Objeto	Ainicial
vang	-8

Objeto	Binicial
vang	-8

Ahora para el elemento Centro de rotación, que también forma parte del estado inicial:

Nombre	centro
v	0.45
ang	55
x	2
y	0

Como los dos elementos Móvil con movimiento circular y el elemento Centro de rotación constituyen el estado inicial, los agregamos al elemento Sistema inicial, al cual llamaremos *inicial*:

Nombre	inicial
Objeto 1	centro
Objeto 2	Ainicial
Objeto 3	Binicial
Objeto 4	0

Ahora para el elemento Móvil con movimiento rectilíneo en la parte superior derecha, que representa al disco de 500 gramos que interseca al eje Y tenemos, llamándolo *Afinal*:

Nombre	Afinal
m	500 @ g
v	vAfinal
x	0
y	4.6
ang	angA
a	0

Para el otro elemento Móvil con movimiento rectilíneo en la parte inferior derecha, que representa al disco de 1.5 kg que viaja paralelo al eje X a una distancia d, tenemos, llamándolo *Bfinal*:

Nombre	Bfinal
m	1.5
v	vBfinal
x	0
y	d
ang	0
a	0

Estos dos elementos constituyen el estado final, por lo que los agregamos al elemento Sistema final al que llamaremos *final*:

Nombre	final
Objeto 1	Afinal
Objeto 2	Bfinal
Objeto 3	0
Objeto 4	0

Ahora para el elemento Energía, sabiendo que la energía se conserva, tenemos:

Sistema i	inicial
Sistema f	final
W	0

Para el elemento Momento angular, teniendo en cuenta que no hay momentos externos aplicados:

Sistema i	inicial
Sistema f	final
M	0

Y para el elemento Momento lineal, y puesto que tampoco hay fuerzas externas aplicadas:

Sistema i	inicial
Sistema f	final

Fx 0

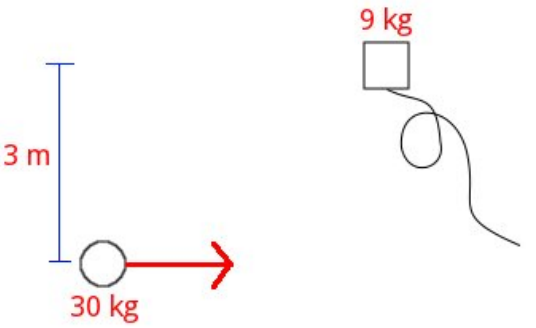
Fy 0

Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver para obtener la respuesta:

```
vBfinal = 1.145 m/s ;  d = 2.761 m ;  vtA = -2.880 m/s ;
vtB = -0.960 m/s ;  vAfinal = 2.818 m/s ;
angA = 148.447 grados ;
Estado = success.
```

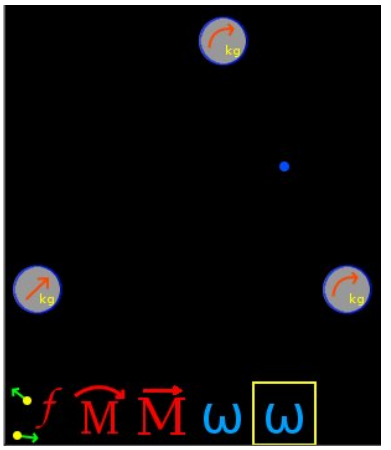
13.9 Ejemplo 9

Un niño de 30 kg se encuentra jugando sobre una pista de hielo. El niño se mueve a una velocidad lineal de 5 m/s cuando pasa al lado de una caja de 9 kg, la cual tiene una cuerda atada. Si el niño toma la cuerda, y una vez estirada esta la separación entre el niño y la caja es de 6.5 metros, describa el movimiento subsecuente del sistema niño-caja.



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Dinámica y, dentro de este, el módulo Circular. Seleccionamos también el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos ahora un elemento Móvil con movimiento rectilíneo, dos elementos Móvil con movimiento circular, un elemento Centro de rotación, un elemento Sistema final, dos elementos Velocidad angular, un elemento Momento angular y un elemento Momento lineal. Tal y como se muestra en la siguiente imagen:



El elemento Móvil con movimiento rectilíneo representa al niño en el estado inicial. Suponiendo que inicialmente este se mueve a lo largo del eje X, tenemos:

Nombre	niñoInicial
m	30
v	5
x	0
y	0
ang	0
a	0

Ahora el elemento Centro de rotación representa el centro alrededor del cual giran el niño y la caja en el estado final. Notando que el ángulo de inclinación de la cuerda, una vez tensa, con respecto a la horizontal es de 27.486 grados, y que la distancia del niño al centro de rotación es de 1.5 metros, podemos obtener las coordenadas del centro de rotación como (estas operaciones pueden llevarse a cabo directamente en las entradas de la tabla):

```
x = 1.5*cos(27.486) = 1.331
y = 1.5*sin(27.486) = 0.692
```

Así, tenemos para este elemento:

Nombre	centro
v	vCentro
ang	angCentro
x	1.331
y	0.692

Ahora para el elemento Móvil con movimiento circular de la parte superior, que representa la caja, y calculando la distancia de esta al centro de rotación (5 m, este dato puede obtenerse usando la función `rd()`), tenemos:

Nombre	cajaFinal
m	9
vt	vtCaja
r	5

y 0

Para el otro elemento Móvil con movimiento circular de la parte inferior derecha, que representa al niño en el estado final, y calculando la distancia de este al centro de rotación (1.5 m, este dato puede obtenerse usando la función `rd()`), tenemos:

Nombre niñoFinal
m 30
vt vtNiño
r 1.5
y 0

Tanto la caja como el niño tienen la misma velocidad angular. Por lo tanto para los elementos Velocidad angular tenemos, respectivamente:

Objeto niñoFinal
vang vang

Objeto cajaFinal
vang vang

El elemento Centro de rotación y los dos elementos Móvil con movimiento circular, constituyen el estado final. Los agregamos entonces al elemento Sistema final, al cual llamaremos *final*:

Nombre final
Objeto 1 centro
Objeto 2 niñoFinal
Objeto 3 cajaFinal
Objeto 4 0

Ahora para el elemento Momento angular, teniendo en cuenta que no hay momentos externos aplicados:

Sistema i niñoInicial
Sistema f final

M 0

Y para el elemento Momento lineal, y puesto que tampoco hay fuerzas externas aplicadas:

Sistema i niñoInicial

Sistema f final

Fx 0

Fy 0

Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver para obtener la respuesta:

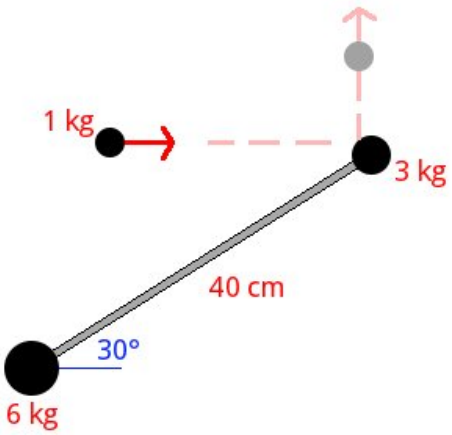
```
vang = 0.355 rad/s ;  vCentro = 3.846 m/s ;
angCentro = 360.000 grados ;  vtCaja = 1.774 m/s ;
vtNiño = 0.532 m/s ;
Estado = success.
```

El centro de rotación se mueve horizontalmente hacia la derecha con una velocidad de 3.846 m/s. Y el niño y la caja giran, en sentido contrario a las manecillas del reloj, con una velocidad angular de 0.355 rad/s.

Nota: *Advierta que en este problema la masa de 9 kg no aparece en el estado inicial. Esto es porque para este tipo de problemas FísicaLab únicamente permite un objeto en el estado inicial. El objeto que esta inicialmente en movimiento.*

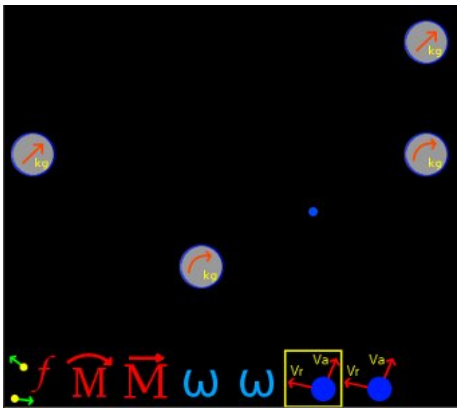
13.10 Ejemplo 10

Tres masas se encuentran sobre una superficie horizontal sin fricción. Dos de ellas, de 3 y 6 kg, se encuentran en reposo y están unidas por una varilla ligera. La tercera, de 1 kg, se mueve con una velocidad de 4 m/s como se muestra en la imagen. Si esta impacta con la masa de 3 kg y rebota a 90 grados con una velocidad de 2 m/s ¿cual sera el movimiento subsecuente de las otras dos masas? Obténgase la velocidad absoluta de las masas de 3 y 6 kg justo después del impacto.



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Dinámica y, dentro de este, el módulo Circular. Seleccionamos también el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos ahora dos elementos Móvil con movimiento rectilíneo, dos elementos Móvil con movimiento circular, un elemento Centro de rotación, un elemento Sistema final, un elemento Momento angular, un elemento Momento lineal, dos elementos Velocidad angular y dos elementos Velocidad absoluta. Tal y como se muestra en la siguiente imagen:



El elemento Móvil con movimiento rectilíneo a la izquierda, representa la masa de 1 kg en el estado inicial. Asumiendo que la masa de 6 kg se encuentra en el origen del sistema coordenado, tenemos para este elemento, llamándolo *inicial*:

Nombre	inicial
m	1
v	4
x	0
y	20 @ cm
ang	0
a	0

Ahora para el otro elemento Móvil con movimiento rectilíneo, que representa la misma masa de 1 kg pero en el estado final, tenemos, llamándolo *A* (La coordenada X es `40 cm*cos(30) = 34.641 cm`. Esta operación puede llevarse a cabo directamente en la entrada, y aplicando el factor de conversión.):

Nombre	A
m	1
v	2
x	34.641 @ cm
y	0
ang	90
a	0

Para el elemento Centro de rotación, alrededor del cual giran las masas de 3 y 6 kg en el estado final, notamos que este está a 13.333 m de la masa de 6 kg. Por lo tanto sus coordenadas son (estas operaciones pueden llevarse a cabo directamente en las entradas de la tabla):

```
x = 13.333*cos(30) = 11.547
y = 13.333*sin(30) = 6.666
```

Así, tenemos para este elemento:

Nombre	centro
v	vCentro
ang	angCentro
x	11.547 @ cm
y	6.666 @ cm

Ahora para el elemento Móvil con movimiento circular de la derecha, que representa la masa de 3 kg en el estado final, tenemos, llamándolo *B* (la distancia al centro de rotación puede obtenerse usando la función `rd()`, y aplicando el factor de conversión):

Nombre	B
m	3
vt	vtB
r	26.666 @ cm
y	0

Y para el otro elemento Móvil con movimiento circular, que representa la masa de 6 kg en el estado final, tenemos, llamándolo *C* (la distancia al centro de rotación puede obtenerse usando la función `rd()`, y aplicando el factor de conversión):

Nombre	C
m	6
vt	vtC
r	13.333 @ cm
y	0

Estos dos elementos giran con la misma velocidad angular. Por lo tanto, para los elementos Velocidad angular, tenemos, respectivamente:

Objeto B

vang vang

Objeto C

vang vang

Estos tres móviles y el centro de rotación constituyen el estado final, por lo que los agregamos al elemento Sistema final, al que llamaremos *final*:

Nombre final

Objeto 1 centro

Objeto 2 A

Objeto 3 B

Objeto 4 C

Ya que se piden las velocidades absolutas de las masas de 3 y 6 kg (B y C), tenemos para los elementos Velocidad absoluta, respectivamente:

Objeto B

angR 30

Centro centro

v vB

ang angB

Objeto C

angR 210

Center centro

v vC

ang angC

Ahora para el elemento Momento angular, y ya que no existe un momento externo, tenemos:

Sistema i inicial

Sistema f final

M 0

Y para el elemento Momento lineal, y puesto que tampoco hay fuerzas externas aplicadas:

Sistema i inicial

Sistema f final

Fx 0

Fy 0

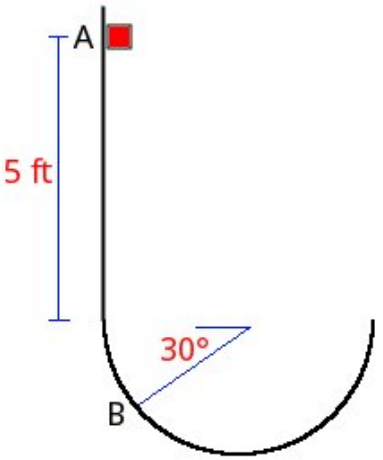
Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver para obtener la respuesta:

```
vang = -3.110 rad/s ;  vtC = -0.415 m/s ;
vB = 1.274 m/s ;  angB = 312.412 grados ;
vtB = -0.829 m/s ;  vC = 0.274 m/s ;
angC = 30.004 grados ;  vCentro = 0.497 m/s ;
angCentro = 333.435 grados ;
Estado = success.
```

Nota: *Advierta que en este problema las masas de 3 y 6 kg no aparecen en el estado inicial. Esto es porque para este tipo de problemas FísicaLab únicamente permite un objeto en el estado inicial. El objeto que esta inicialmente en movimiento. Véase también el ejemplo anterior.*

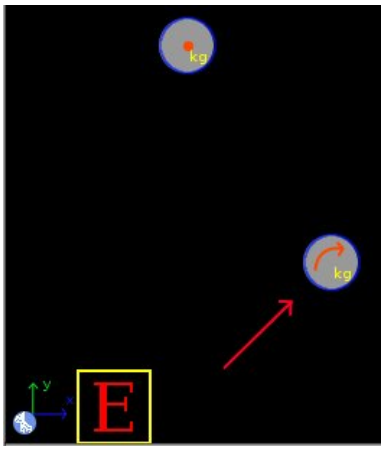
13.11 Ejemplo 11

Una masa de 0.1 slugs se suelta desde el reposo en A y resbala sin rozamiento a lo largo de la pista mostrada. Si el radio de curvatura de la parte inferior es de 3 ft, encuentre la fuerza que la pista ejerce sobre la masa cuando esta pasa por el punto B.



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Dinámica y, dentro de este, el módulo Circular. Seleccionamos también el sistema de unidades Inglés, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos ahora un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Masa en reposo, un elemento Móvil con movimiento circular, un elemento Fuerza y un elemento Energía. Tal y como se muestra en la siguiente imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo, agrega automáticamente el valor de la gravedad. Y el dato del tiempo es irrelevante para este problema. Ahora el elemento Masa en reposo representa a la masa en la posición A. Si tomamos como referencia horizontal la posición B, la coordenada Y de la masa sera de: `5 ft + 3*sin(30) ft = 5.5 ft` (esta operación puede llevarse a cabo directamente en la entrada de la tabla). Así, para este elemento tenemos:

Nombre	A
m	0.1
y	6.5

Ahora para el elemento Móvil con movimiento circular, que representa a la masa en la posición B, tenemos:

Nombre	B
m	0.1
vt	vt
r	3
y	0

Y para el elemento Fuerza, que representa la normal aplicada por la superficie:

f	normal
ang	30

Ahora para el elemento Energía (no hay trabajo realizado por fuerzas externas):

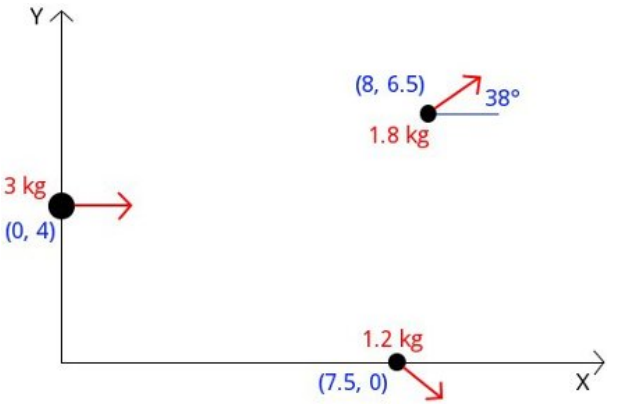
Sistema i	A
Sistema f	B
W	0

Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver para obtener la respuesta:

```
normal = 15.563 lb ;  vt = 20.460 ft/s ;
Estado = success.
```

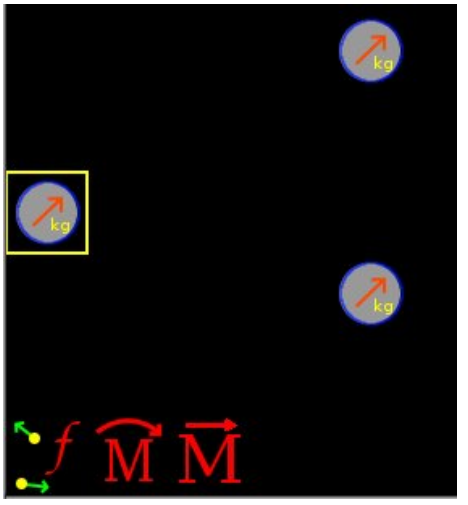
13.12 Ejemplo 12

Una masa de 3 kg que viaja a 32 m/s, como se muestra en la imagen de abajo, explota separándose en dos fragmentos. Si se observa que estos pasan por las coordenadas mostradas y que el fragmento de 1.8 kg tiene la dirección indicada, encuentre la velocidad de ambos fragmentos, así como la dirección del fragmento de 1.2 kg.



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Dinámica y, dentro de este, el módulo Circular. Seleccionamos también el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos ahora tres elementos Móvil con movimiento rectilíneo, un elemento Sistema final, un elemento Momento angular y un elemento Momento lineal. Tal y como se muestra en la siguiente imagen:



Para el elemento Móvil con movimiento rectilíneo ubicado a la izquierda, que representa la masa inicial de 3 kg y que llamaremos A, tenemos:

Nombre	A
m	3
v	32
x	0
y	4
ang	0
a	0

Para el elemento Móvil con movimiento rectilíneo de la parte superior derecha, que representa al fragmento de 1.8 kg y que llamaremos B, tenemos:

Nombre	B
m	1.8
v	vB
x	8
y	6.5
ang	38
a	0

Y para el elemento Móvil con movimiento rectilíneo de la parte inferior derecha, que representa al fragmento de 1.2 kg y que llamaremos C, tenemos:

Nombre	C
m	1.2
v	vC
x	7.5
y	0
ang	angC
a	0

Los fragmentos B y C constituyen el estado final, por lo que los agregamos al elemento Sistema final, al que llamaremos *final*:

Nombre	final

Objeto 1 B

Objeto 2 C

Objeto 3 0

Objeto 4 0

Ahora para el elemento Momento angular, y ya que no existe un momento externo aplicado, tenemos:

Sistema i A

Sistema f final

M 0

Y para el elemento Momento lineal, y puesto que tampoco hay fuerzas externas aplicadas:

Sistema i A

Sistema f final

Fx 0

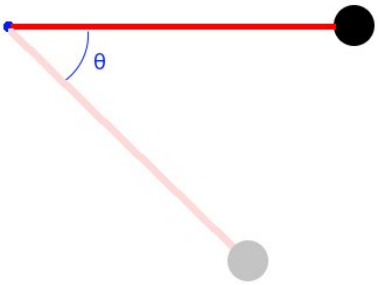
Fy 0

Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver para obtener la respuesta:

```
vB = 44.313 m/s ;  vC = 49.372 m/s ;
angC = 304.018 grados ;
Estado = success.
```

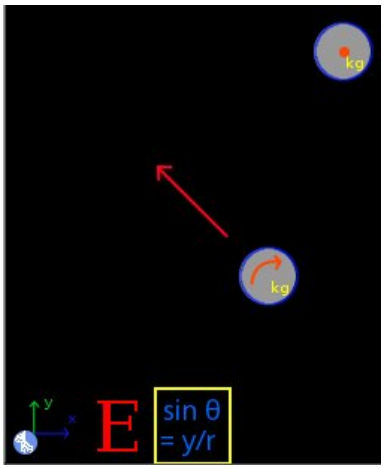
13.13 Ejemplo 13

Una pequeña esfera de 400 gramos, atada a una cuerda de 60 cm, puede oscilar en un plano vertical. Si la esfera se suelta desde el reposo cuando la cuerda esta tensada en posición horizontal. Y si la tensión máxima que esta soporta es de 7 N ¿a que ángulo se romperá la cuerda?



Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Dinámica y, dentro de este, el módulo Circular. Seleccionamos también el sistema de unidades SI, y borramos todo lo que contenga la Pizarra. Agregamos ahora un elemento Sistema de referencia fijo, un elemento Masa en reposo, un elemento Móvil con movimiento circular, un elemento Fuerza, un elemento Energía y un elemento Seno del ángulo. Tal y como se muestra en la siguiente imagen:



El elemento Sistema de referencia fijo, agrega automáticamente el valor de la gravedad. Y para este problema, el dato del tiempo es irrelevante. Ahora para el elemento Masa en reposo, que representa el estado inicial, y tomando como referencia horizontal esta posición, tenemos:

Nombre	A
m	400 @ g
y	0

Para el elemento Móvil con movimiento circular, que representa el estado final, y tomando en cuenta que tanto la velocidad como la altura son incógnitas, tenemos:

Nombre	B
m	400 @ g
vt	vt
r	60 @ cm
y	yB

Y para el elemento Fuerza, que representa la fuerza aplicada por la cuerda y tomando en cuenta que el ángulo de la fuerza es el mismo que el de la cuerda, tenemos:

f	7
ang	ang

Ahora para el elemento Seno del ángulo, donde relacionamos la altura de la esfera en el estado final y el radio de giro con el ángulo desconocido, tenemos:

y	yB
r	60 @ cm
ang	ang

Por último, para el elemento Energía (no hay trabajo realizado por fuerzas externas):

Sistema i	A
Sistema f	B
W	0

Ingresados los datos, damos clic en el icono Resolver para obtener la respuesta:

```
yB = -0.357 m ;  ang = 36.486 grados ;  vt = 2.646 m/s ;
Estado = success.
```

14 Calorimetría

En este módulo únicamente esta disponible el sistema SI, con los siguientes factores de conversión:

T	tonelada métrica
g	gramo
slug	slug
C	grado Celsius
R	Rankin
F	grado Farenheit
cm	centímetro
mm	milímetro
ft	pie
in	pulgada
h	hora
min	minuto
cm2	centímetros cuadrados
mm2	milímetros cuadrados
ft2	pies cuadrados
in2	pulgadas cuadradas
cm3	centímetros cúbicos
mm3	milímetros cúbicos
ft3	pies cúbicos
in3	pulgadas cubicas
L	litro
psi	libra por pulgada cuadrada
atm	atmósfera
bar	bar
Torr	Torricelli
mmHg	milímetros de mercurio
J/kg*C	Joules por kilogramo Celsius

cal/g*K	caloría por gramo Kelvin
kcal/kg*K	kilocaloría por kilogramo Kelvin
cal/g*C	caloría por gramo Celsius
kcal/kg*C	kilocaloría por kilogramo Celsius
cal/g	caloría por gramo
kcal/kg	kilocaloría por kilogramo
kWh	kilo Watts hora
Btu	unidad térmica británica
kcal	kilocaloría
cal	caloría
hp	caballo de fuerza
Btu/h	unidad térmica británica por hora
lb*ft/s	libra pie por segundo
m3/min	metros cúbicos por minuto
ft3/s	pies cúbicos por segundo
gal/min	galones por minuto
L/min	litros por minuto

Este módulo esta constituido por 20 elementos, los cuales se presentan a continuación con una descripción de cada uno de ellos, de los datos que requieren, los elementos que admiten y el número de ecuaciones que establece cada uno. Entre paréntesis se especifican las dimensionales que FísicaLab aplica (si no se utilizan factores de conversión) para aquellos datos en que pueda haber duda. Los elementos Bloque, Liquido, Gas, Cambio de fase sólido-liquido, Cambio de fase liquido-gas y Proceso, admiten la aplicación de elementos calor (Calor aplicado, Flujo de calor aplicado, Calor extraído y Refrigeración). Los elementos calor se aplican a un elemento dado colocándolo en alguna de las ocho casilla alrededor de este.

14.1 Reloj del laboratorio



Establece el reloj para medir el tiempo.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

t:	Tiempo durante el cual se suministra (o extrae) un flujo de calor.

14.2 Calor aplicado



Una cierta cantidad de calor aplicado.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

Q:	Cantidad de calor aplicado (en Joules).

14.3 Flujo de calor aplicado



Flujo de calor aplicado.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

dQ/dt:	Flujo de calor aplicado (en Joules por segundo, Watts).

14.4 Calor extraído



Una cierta cantidad de calor extraído.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

Q:	Cantidad de calor extraído (en Joules).

14.5 Refrigeración



Flujo de calor extraído.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

dQ/dt:	Flujo de calor extraído (en Joules por segundo, Watts).

14.6 Bloque



Una cierta cantidad de materia en estado sólido.

Ecuaciones: 1

Datos:
Nombre: Nombre del bloque.

m: Masa.

c: Calor especifico del material (en J/kg*K).

Ti: Temperatura inicial (en Kelvins).

Tf: Temperatura final (en Kelvins).

14.7 Liquido



Una cierta cantidad de materia en estado liquido.

Ecuaciones: 1

Datos:
Nombre: Nombre del liquido.

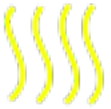
m: Masa.

c: Calor especifico del liquido (en J/kg*K).

Ti: Temperatura inicial (en Kelvins).

Tf: Temperatura final (en Kelvins).

14.8 Gas



Una cierta cantidad de materia en estado gaseoso.

Ecuaciones: 1

Datos:

Nombre:	Nombre del gas.
m:	Masa.
c:	Calor especifico del gas (en J/kg*K).
Ti:	Temperatura inicial (en Kelvins).
Tf:	Temperatura final (en Kelvins).

14.9 Dilatación lineal



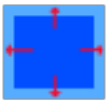
Varilla que sufre una dilatación (o contracción) lineal.

Ecuaciones: 1

Datos:

k:	Coeficiente de dilatación lineal (en 1/K).
Li:	Longitud inicial.
Lf:	Longitud final.
Ti:	Temperatura inicial (en Kelvins).
Tf:	Temperatura final (en Kelvins).

14.10 Dilatación superficial



Superficie que sufre una dilatación (o contracción).

Ecuaciones: 1

Datos:

k:	Coeficiente de dilatación superficial (en 1/K).
Si:	Superficie inicial.
Sf:	Superficie final.
Ti:	Temperatura inicial (en Kelvins).
Tf:	Temperatura final (en Kelvins).

14.11 Dilatación volumétrica



Volumen que sufre una dilatación (o contracción).

Ecuaciones: 1

Datos:

k:	Coeficiente de dilatación volumétrica (en 1/K).
Vi:	Volumen inicial.
Vf:	Volumen final.
Ti:	Temperatura inicial (en Kelvins).

Tf: Temperatura final (en Kelvins).

14.12 Cambio de fase sólido-liquido



Una cierta cantidad de materia en un cambio de fase sólido-liquido o viceversa.

Ecuaciones: 1

Datos:

Nombre:	Nombre dado al cambio de fase.
m:	Masa de la cantidad de materia implicada en el cambio de fase.
cf:	Calor de fusión (en Joules por kilogramo).
Sentido:	Sentido del cambio de fase, > (mayor que) indica un cambio de fase de sólido a liquido. Mientras que < (menor que) implica el proceso inverso.

14.13 Cambio de fase liquido-gas



Una cierta cantidad de materia en un cambio de fase liquido-gas o viceversa.

Ecuaciones: 1

Datos:

Nombre:	Nombre dado al cambio de fase.
m:	Masa de la cantidad de materia implicada en el cambio de fase.
cv:	Calor de vaporización (en Joules por kilogramo).
Sentido:	Sentido del cambio de fase, > (mayor que) indica un cambio de fase de liquido a gas. Mientras que < (menor que) implica el proceso inverso.

14.14 Proceso



Una cierta cantidad de materia implicada en un proceso con cambios de fase. Los elementos que pueden estar implicados en el proceso (5 en total, llamados Objeto 1, Objeto 2,...), son los bloques, líquidos, gases y cambios de fase. No admitiéndose más de dos cambios de fase por proceso. Si el nombre de un objeto se deja a '0', se asume que dicho objeto no participa. Además, los elementos implicados no pueden tener aplicados elementos Calor, Flujo de calor, Calor extraído o Refrigeración.

Ecuaciones: 1

Datos:

Nombre: Nombre del proceso.

Objeto 1: Un bloque, liquido, gas o cambio de fase implicado en el proceso.

Objeto 2: Un bloque, liquido, gas o cambio de fase implicado en el proceso.

Objeto 3: Un bloque, liquido, gas o cambio de fase implicado en el proceso.

Objeto 4: Un bloque, liquido, gas o cambio de fase implicado en el proceso.

Objeto 5: Un bloque, liquido, gas o cambio de fase implicado en el proceso.

14.15 Calorímetro



Calorímetro para realizar mezclas. Puede albergar cuatro procesos, bloques, líquidos o gases (llamados Objeto 1, Objeto 2,...), y no admite elementos Cambio de fase. Si el nombre de un objeto se deja a '0', se asume que dicho objeto no participa. Además, los elementos (o los elementos de los procesos) implicados no pueden tener aplicados elementos Calor, Flujo de Calor, Calor extraído o Refrigeración.

Ecuaciones: 1

Datos:

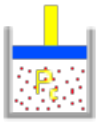
Objeto 1: Un bloque, liquido, gas o proceso implicado en la mezcla.

Objeto 2: Un bloque, liquido, gas o proceso implicado en la mezcla.

Objeto 3: Un bloque, liquido, gas o proceso implicado en la mezcla.

Objeto 4: Un bloque, liquido, gas o proceso implicado en la mezcla.

14.16 Gas a presión constante



Un gas ideal a presión constante (ley de Charles y Gay-Lussac).

Ecuaciones: 1

Datos:

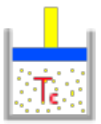
Vi: Volumen inicial.

Ti: Temperatura inicial (en Kelvins).

Vf: Volumen final.

Tf: Temperatura final (en Kelvins).

14.17 Gas a temperatura constante



Un gas ideal a temperatura constante (ley de Boyle-Mariotte).

Ecuaciones: 1

Datos:

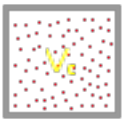
Pi: Presión inicial (en Pascales).

Vi: Volumen inicial.

Pf: Presión final (en Pascales).

Vf: Volumen final.

14.18 Gas a volumen constante



Un gas ideal a volumen constante.

Ecuaciones: 1

Datos:

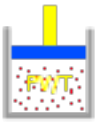
Pi: Presión inicial (en Pascales).

Ti: Temperatura inicial (en Kelvins).

Pf: Presión final (en Pascales).

Tf: Temperatura final (en Kelvins).

14.19 Gas PV/T



Un gas ideal (ecuación general).

Ecuaciones: 1

Datos:

Pi: Presión inicial (en Pascales).

Vi: Volumen inicial.

Ti: Temperatura inicial (en Kelvins).

Pf: Presión final (en Pascales).

Vf: Volumen final.

Tf: Temperatura final (en Kelvins).

14.20 Intercambiador de calor



Un sencillo intercambiador de calor.

Ecuaciones: 1

Datos:

TRi:	Temperatura de entrada del refrigerante (en Kelvins).
TRf:	Temperatura de salida del refrigerante (en Kelvins).
dR/dt:	Flujo del refrigerante (en metros cúbicos por segundo).
cR:	Calor especifico del refrigerante (en J/kg*K).
TFi:	Temperatura de entrada del fluido (en Kelvins).
TFf:	Temperatura de salida del fluido (en Kelvins).
dF/dt:	Flujo del fluido (en metros cúbicos por segundo).
cF:	Calor especifico del fluido (en J/kg*K).

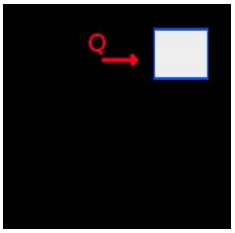
15 Ejemplos de calorimetría

15.1 Ejemplo 1

Un bloque de cobre (calor especifico 390 J/kg*K) de 0.5 kg tiene una temperatura de 17 C. Si se le aplican 150 calorías ¿Cual sera su temperatura final en Celsius?

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Termodinámica y, dentro de este, el módulo Calorimetría y gases. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Bloque y un elemento Calor aplicado, como muestra la siguiente imagen:



Para el elemento Bloque, que representa el bloque de cobre, tenemos:

Nombre	0
m	0.5
c	390
Ti	17 @ C
Tf	tf @ C

Y para el elemento Calor aplicado:

Q	150 @ cal

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
tf = 20.221 C ;
Estado = success.
```

15.2 Ejemplo 2

Un calentador eléctrico de 1500 Watts se sumerge en un recipiente que contiene 10 kilogramos de agua (calor especifico 4187 J/kg*K) con una temperatura de 24 C. ¿Cual sera la temperatura final del agua, en Celsius, después de 8 minutos (asumiendo que todo el calor generado por el calentador es absorbido por el agua)?

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Termodinámica y, dentro de este, el módulo Calorimetría y gases. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Liquido, un elemento Flujo de calor aplicado y un elemento Reloj del laboratorio, como muestra la siguiente imagen:



Para el elemento Liquido, los 10 kg de agua, tenemos:

Nombre	0
m	10
c	4187
Ti	24 @ C
Tf	tf @ C

Para el flujo de calor aplicado:

dQ/dt	1500

Y para el reloj del laboratorio:

t	8 @ min

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

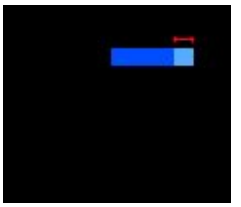
```
tf = 41.196 C ;
Estado = success.
```

15.3 Ejemplo 3

Una varilla de aluminio (coeficiente lineal de dilatación 24E-6 1/K) de 55 cm y a una temperatura inicial de 20 C, aumenta su temperatura hasta los 100 C. ¿Cual es la longitud de la varilla a esa temperatura?

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Termodinámica y, dentro de este, el módulo Calorimetría y gases. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Dilatación lineal, como muestra la siguiente imagen:



Para este único elemento agregamos los datos indicados:

k	24E-6
Li	55 @ cm
Lf	Lf @ cm
Ti	20 @ cm
Tf	100 @ cm

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

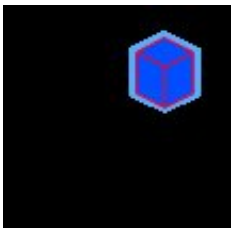
```
Lf = 55.106 cm ;
Estado = success.
```

15.4 Ejemplo 4

A 24 C el volumen de un recipiente de cobre es de 1 Litro (coeficiente volumétrico de dilatación 51E-6 1/K). ¿Cual sera su volumen, en litros, a 110 C?

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Termodinámica y, dentro de este, el módulo Calorimetría y gases. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Dilatación volumétrica, como muestra la siguiente imagen:



Para este único elemento agregamos los datos indicados:

k	51E-6
Vi	1 @ L
Vf	Vf L
Ti	24 @ C
Tf	110 @ C

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

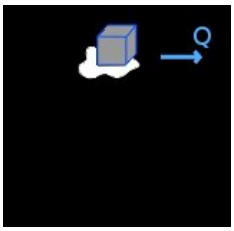
```
Vf = 1.004 L ;
Estado = success.
```

15.5 Ejemplo 5

¿Cuanto calor debe extraerse para solidificar 250 g de hierro fundido a su punto de fusión? Dar la respuesta en Joules (Calor de fusión del hierro = 69.1 cal/g).

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Termodinámica y, dentro de este, el módulo Calorimetría y gases. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Cambio de fase solido-liquido, y a este le aplicamos un elemento Calor extraído, como muestra la siguiente imagen:



Para el elemento Cambio de fase solido-liquido tenemos:

Nombre	0
m	250 @ g
cf	69.1 @ cal/g
Sentido	<

En el campo *Sentido* ponemos < puesto que el cambio de fase es de liquido a solido. Ahora para el elemento Calor extraído tenemos:

Q	Q

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

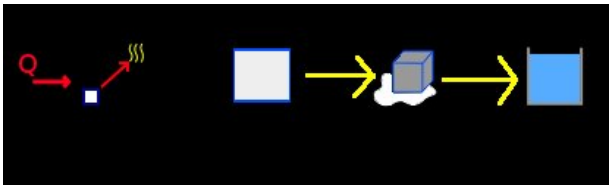
```
Q = 72330.425 J ;
Estado = success.
```

15.6 Ejemplo 6

¿Cuanto calor, en kilocalorías, debe agregarse para transformar un bloque de 3 kg de hielo a -5 C, en agua a + 22 C? (Capacidad calorífica del hielo = 0.50 cal/g*K, capacidad calorífica del agua = 1 cal/g*K, y calor de fusión del agua = 79.7 cal/g).

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Termodinámica y, dentro de este, el módulo Calorimetría y gases. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Proceso, al cual le aplicamos un elemento Calor aplicado. Agregamos también un elemento Bloque, un elemento Cambio de fase solido-liquido, y un elemento Liquido, como muestra la siguiente imagen (las flechas amarillas son únicamente para indicar el sentido del proceso):



Para el elemento Calor aplicado, donde debemos utilizar la conversión para kilocalorías, tenemos:

Q	Q @ cal

El elemento Proceso, cuyo nombre en este problema es irrelevante, representa el cambio que sufre el agua desde su estado solido a -5 C hasta su estado liquido a 22 C. Este elemento debe contener el elemento Bloque, que representa el agua en estado solido, así como el elemento Cambio de fase solido-liquido, que representa el cambio de fase sufrido por el agua, y el elemento Liquido, que representa el estado final del agua. A dichos elementos los llamaremos *Solido*, *Fusion* y *Liquido*, respectivamente. Por lo tanto, para el elemento Proceso tenemos:

Nombre	0
Objeto 1	Solido
Objeto 2	Fusion
Objeto 3	Liquido
Objeto 4	0
Objeto 5	0

Ahora para el elemento Bloque, que representa al agua en estado solido y que llamaremos *Solido*, puesto que es con este nombre con el que nos referimos a el en el elemento Proceso, tenemos:

Nombre	Solido
m	3
c	0.5 @ cal/g*K
Ti	-5 @ C
Tf	0 @ C

Para el elemento Cambio de fase solido-liquido, que representa el cambio de fase del agua y que debemos llamar *Fusion*, tenemos:

Nombre	Fusion
m	3
cf	79.7 @ cal/g
Sentido	>

Y para el elemento Liquido, que representa el estado final del agua y que llamamos *Liquido*, tenemos:

Nombre	Liquido
m	3
c	1 @ cal/g*K
Ti	0 @ C
Tf	22 @ C

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

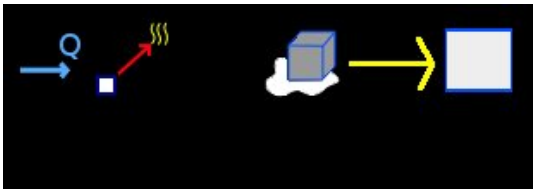
```
Q = 312.600 kcal ;
Estado = success.
```

15.7 Ejemplo 7

¿Cuanto calor, en calorías, debe extraerse para transformar 25 g de plomo derretido a su punto de fusión, en plomo solido a 310 C? (Capacidad calorífica del plomo solido = 0.031 cal/g*K, calor de fusión del plomo = 5.54 cal/g, y temperatura de fusión del plomo = 327 C).

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Termodinámica y, dentro de este, el módulo Calorimetría y gases. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Proceso, al cual le aplicamos un elemento Calor extraído. Agregamos también un elemento Bloque, y un elemento Cambio de fase solido-liquido, como muestra la siguiente imagen (la flecha amarilla únicamente indica el sentido del proceso):



Para el elemento Calor extraído, tenemos, usando el factor de conversión apropiado:

Q Q @ cal

Para el elemento Proceso (llamando *Solido* y *Fusion* a los elementos Bloque y Cambio de fase, respectivamente), tenemos:

Nombre 0

Objeto 1 Fusion

Objeto 2 Solido

Objeto 3 0

Objeto 4 0

Objeto 5 0

Para el elemento Bloque, que llamamos *Solido*, tenemos:

Nombre Solido

m	25 @ g
c	0.031 @ cal/g*K
Ti	327 @ C
Tf	310 @ C

Obsérvese que la temperatura inicial es 327 C y la final 310 C. Ahora en el elemento Cambio de fase solido-liquido, al que llamamos *Fusion*, tenemos cuidado con el sentido del cambio de fase (signo `<`). Tenemos entonces:

Nombre	Fusion
m	25 @ g
cf	5.54 @ cal/g
Sentido	<

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

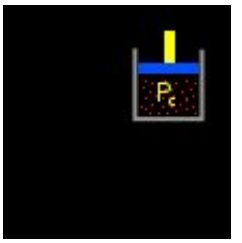
```
Q = 151.675 cal ;
Estado = success.
```

15.8 Ejemplo 8

Se infla un globo de goma a una temperatura de 18 C, de tal forma que tenga un volumen de 2000 cm3. Si luego se lo lleva a una temperatura de 30 C ¿Cual sera el nuevo volumen del globo (en cm3)?

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Termodinámica y, dentro de este, el módulo Calorimetría y gases. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Gas a presión constante, como muestra la siguiente imagen:



Para este elemento tenemos, usando los factores de conversión apropiados:

Vi	2000 @ cm3
Ti	18 @ C
Vf	Vf @ cm3
Tf	30 @ C

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

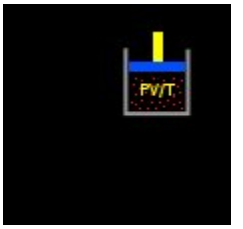
```
Vf = 2082.435 cm3 ;
Estado = success.
```

15.9 Ejemplo 9

Cierto gas ocupa, a 10 C y 750 mmHg de presión, un volumen de 5 litros. ¿Que volumen ocupara a 100 C y 3 atmósferas de presión?

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Termodinámica y, dentro de este, el módulo Calorimetría y gases. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Gas PV/T, como muestra la siguiente imagen:



Para este elemento tenemos, usando los factores de conversión apropiados:

Pi	750 @ mmHg
Vi	5 @ L
Ti	10 @ C
Pf	3 @ atm
Vf	Vf @ L
Tf	100 @ C

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

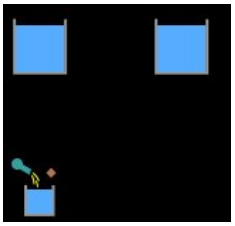
```
Vf = 2.162 L ;
Estado = success.
```

15.10 Ejemplo 10

En un vaso plástico de capacidad calorífica despreciable se mezclan 300 g de agua a 10 C, con 185 g de agua a 100 C. ¿Cual es la temperatura final, en grados Celsius, de la mezcla? (Calor especifico del agua = 4187 J/kg*K).

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Termodinámica y, dentro de este, el módulo Calorimetría y gases. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Calorímetro, y dos elementos Liquido, como muestra la siguiente imagen:



Para uno de los elementos Liquido, que llamaremos A y que representan los 300 g de agua, tenemos:

Nombre	A
m	300 @ g
c	4187
Ti	10 @ C
Tf	Tf @ C

Para el otro elemento Liquido, que llamaremos B y que representa los 185 g de agua, tenemos:

Nombre	B
m	185 @ g
c	4187
Ti	100 @ C
Tf	Tf @ C

Obsérvese que la temperatura final es la misma incógnita en ambos elementos, tal y como debe ser. Y para el elemento Calorímetro:

Objeto 1 A

Objeto 2 B

Objeto 3 0

Objeto 4 0

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

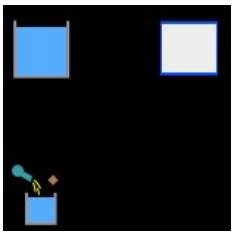
```
Tf = 44.330 C ;
Estado = success.
```

15.11 Ejemplo 11

En un calorímetro que contiene 325 g de agua a 20 C, se colocan 77 g de un metal desconocido a 90 C. Si la temperatura final es de 26 C, ¿Cual es la capacidad calorífica del metal desconocido? (Calor especifico del agua = 4187 J/kg*K).

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Termodinámica y, dentro de este, el módulo Calorimetría y gases. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Calorímetro, un elemento Liquido y un elemento Bloque, como muestra la siguiente imagen:



Para el elemento Liquido, que llamaremos *Agua*, tenemos:

Nombre	Agua
m	325 @ g
c	4187
Ti	20 @ C
Tf	26 @ C

Para el elemento Bloque, que llamaremos *Metal*, tenemos:

Nombre	Metal
m	77 @ g
c	cM
Ti	90 @ C
Tf	26 @ C

Obsérvese que la temperatura final es la misma en ambos elementos, tal y como debe ser. Y para el elemento Calorímetro:

Objeto 1 Agua

Objeto 2 Metal

Objeto 3 0

Objeto 4 0

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

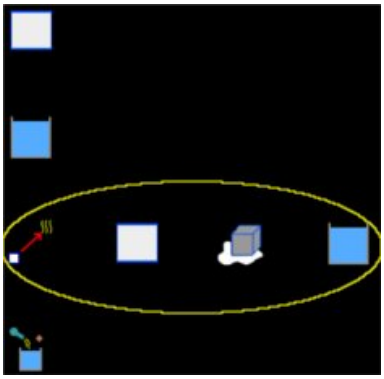
```
cM = 1656.788 J/kg*K ;
Estado = success.
```

15.12 Ejemplo 12

Un calorímetro de cobre de 105 g contiene 307 g de agua a 23 C. Si se adicionan 95 g de hielo a -4 C al calorímetro, ¿Cual es la temperatura final del sistema en grados Celsius? (Calor especifico del hielo = 2090 J/kg*K, calor especifico del agua = 4187 J/kg*K, calor especifico del cobre = 390 J/kg*K, y calor de fusión del agua = 79.7 cal/g).

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Termodinámica y, dentro de este, el módulo Calorimetría y gases. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Calorímetro, dos elementos Bloque, dos elementos Liquido, un elemento Cambio de fase solido-liquido y un elemento Proceso, como muestra la siguiente imagen (el circulo en amarillo encierra los elementos que representan el cambio sufrido por el hielo):



Para el elemento Bloque, que representa el calorímetro de cobre y que llamaremos justamente *Cobre*, tenemos:

Nombre	Cobre
m	105 @ g
c	390
Ti	23 @ C
Tf	Tf @ C

Para el elemento liquido, que representa el agua dentro del calorímetro y que llamaremos *Agua*, tenemos:

Nombre	Agua

m	307 @ g
c	4187
Ti	23 @ C
Tf	Tf @ C

Ahora, vamos a suponer que el hielo se derrite completamente y que el liquido resultante alcanza una temperatura mayor a los 0 C. Entonces para el segundo elemento Bloque, que representa al hielo en el intervalo de temperatura -4 C a 0 C y que llamaremos *HieloA*, tenemos:

Nombre	HieloA
m	95 @ g
c	2090
Ti	-4 @ C
Tf	0 @ C

Ahora para el elemento Cambio de fase solido-liquido, que representa la fusión del hielo y que llamaremos *HieloB*, tenemos:

Nombre	HieloB
m	95 @ g
cf	79.7 @ cal/g
Sentido	>

Y para el segundo elemento liquido, que representa el agua liquida obtenida al derretirse el hielo y que llamaremos *HieloC*, tenemos:

Nombre	HieloC
m	95 @ g
c	4187
Ti	0 @ C
Tf	Tf @ C

Ahora para el elemento Proceso, que representa el cambio total sufrido por el agua del hielo y que llamaremos *Hielo*, tenemos:

Nombre	Hielo

Objeto 1 HieloA

Objeto 2 HieloB

Objeto 3 HieloC

Objeto 4 0

Objeto 5 0

Obsérvese que la temperatura final es la misma incógnita en todos los elementos, tal y como debe ser. Por último, para el elemento Calorímetro:

Objeto 1 Cobre

Objeto 2 Agua

Objeto 3 Hielo

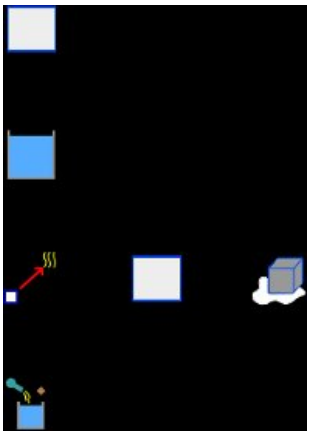
Objeto 4 0

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
Tf = -1.154 C ;
Estado = success.

Verifique que la temperatura calculada este dentro del
rango esperado. Si no es asi, algun proceso o cambio
indicado, nunca se lleva a cabo debido a que la
energía no es suficiente.
```

El mensaje de advertencia nos dice que debemos verificar que la temperatura este dentro del rango esperado. Obviamente la temperatura final obtenida no esta dentro del rango esperado, puesto que asumimos que el hielo se derretía completamente y que el agua liquida resultante adquiría una temperatura final superior a 0 C. Esto indica (como nos dice el mensaje de advertencia) que algún proceso no se lleva a cabo. La posibilidad inmediata es que la energía del calorímetro y del agua, no sea suficiente para derretir todo el hielo. Así que vamos a asumir que el hielo si alcanza los 0 C, pero que solo parte de este se derrite. Eliminamos por tanto el elemento Liquido, que representa el agua obtenida del hielo, y borramos también su nombre del elemento Proceso. La temperatura final ya no es entonces una incógnita, porque si solo parte del hielo se derrite, entonces la temperatura final es 0 C. La nueva incógnita es la masa de hielo que se funde. Así, los elementos de la nueva hipótesis quedan como muestra la siguiente imagen:



Eliminamos el nombre *HieloC* del elemento Proceso:

Nombre	Hielo
Objeto 1	HieloA
Objeto 2	HieloB
Objeto 3	0
Objeto 4	0
Objeto 5	0

En el elemento Cambio de fase solido-liquido, la masa es ahora una incógnita (dejamos el factor de conversión de gramos):

Nombre	HieloB
m	m @ g
cf	79.7 @ cal/g
Sentido	>

Y en los elementos que representan al cobre y al agua del calorímetro, la temperatura final es ahora 0 C:

Nombre	Cobre
m	105 @ g
c	390
Ti	23 @ C

Tf	0 @ C

Nombre	Agua
m	307 @ g
c	4187
Ti	23 @ C
Tf	0 @ C

Replanteado el problema, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
m = 89.037 g ;
Estado = success.
```

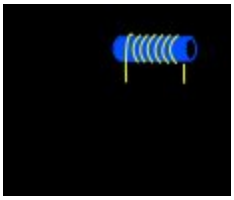
Por lo tanto, la temperatura final es de 0 C, derritiéndose únicamente 89 g de hielo.

15.13 Ejemplo 13

Un cierto aceite (calor especifico de 0.51 cal/g*K) se enfría en un intercambiador de calor. Si el aceite, que fluye a 3 L/min, entra al intercambiador con una temperatura de 72 C y sale del mismo a una temperatura de 27 C, ¿A que gasto fluye el agua, utilizada como refrigerante (calor especifico de 4187 J/kg*K), si esta entra a una temperatura de 20 C y sale a una temperatura de 63 C? De la respuesta en L/min.

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Termodinámica y, dentro de este, el módulo Calorimetría y gases. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Intercambiador de calor, como muestra la siguiente imagen:



Para este elemento tenemos:

TRi	20 @ C
TRf	63 @ C
dR/dt	Q @ L/min
cR	4187
TFi	72 @ C
TFf	27 @ C
dF/dt	3 @ L/min
cF	0.51 @ cal/g*K

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
Q = 1.601 L/min ;
Estado = success.
```

16 Termodinámica

Este módulo consta de 13 elementos. Estos se presentan abajo, con una descripción de cada uno, sus datos y el número de ecuaciones que utilizan. Entre paréntesis se especifican las dimensionales que FísicaLab aplica (si no se utilizan factores de conversión) para aquellos datos en que pueda haber duda. Los elementos Proceso adiabático, Proceso isocórico, Proceso isotérmico, Proceso isobárico, Máquina térmica, Refrigerador y Bomba de calor soportan la aplicación de elementos de calor (Calor aplicado y calor extraído) y Trabajo. Estos elementos se aplican a un elemento dado colocándolo en alguna de las ocho casillas alrededor de este.

16.1 Calor aplicado



Una cierta cantidad de calor aplicado.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:
Q: Cantidad de calor aplicado (en Joules).

16.2 Trabajo



Trabajo aplicado.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:
Trabajo: Trabajo (en Joules).

16.3 Calor extraído



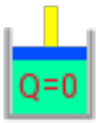
Una cierta cantidad de calor extraído.

Ecuaciones: Ninguna.

Datos:

Q:	Cantidad de calor extraído (en Joules).

16.4 Proceso adiabático



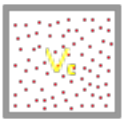
Un proceso adiabático.

Ecuaciones: 1

Datos:

Nombre:	Nombre del elemento.
m:	La masa involucrada en el proceso (en kilogramos).
dU:	Cambio de la energía interna (en Joules).

16.5 Proceso isocórico



Un proceso isocórico.

Ecuaciones: 1

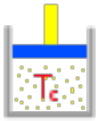
Datos:

Nombre: El nombre del elemento.

m: La masa involucrada en el proceso (en kilogramos).

dU: Cambio de la energía interna (en Joules).

16.6 Proceso isotérmico



Un proceso isotérmico.

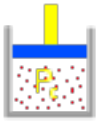
Ecuaciones: 1

Datos:

Nombre: El nombre del elemento.

m: La masa involucrada en el proceso (en kilogramos).

16.7 Proceso isobárico



Un proceso isobárico.

Ecuaciones: 2

Datos:

Nombre: El nombre del elemento.

m: La masa involucrada en el proceso (en kilogramos).

dU: Cambio de la energía interna (en Joules).

P: Valor de la presión (en Pascales).

Vi: Volumen inicial (en m3).

Vf: Volumen final (en m3).

16.8 Calor sensible



Calor específico para ser usado en un proceso.

Ecuaciones: 1

Datos:

Proceso: El nombre del proceso.

c: Calor específico (en J/(kg*K) o J/(kg*C)).

Ti: Temperatura inicial (en Kelvins).

Tf: Temperatura final (en Kelvins).

16.9 Calor de vaporización



Calor de vaporización para ser usado en un proceso.

Ecuaciones: 1

Datos:
Proceso: Nombre del proceso.

cv: Calor de vaporización (en J/kg).

16.10 Máquina térmica



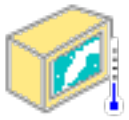
Una máquina térmica.

Ecuaciones: 3

Datos:

TH:	Temperatura alta (en Kelvins).
TL:	Temperatura baja (en Kelvins).
e:	Eficiencia.

16.11 Refrigerador



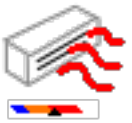
Un refriferador.

Ecuaciones: 3

Datos:

TH:	Temperatura alta (en Kelvins).
TL:	Temperatura baja (en Kelvins).
cop:	Coeficiente de rendimiento.

16.12 Bomba de calor



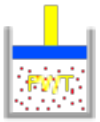
Una bomba de calor.

Ecuaciones: 3

Datos:

TH:	Temperatura alta (en Kelvins).
TL:	Temperatura baja (en Kelvins).
cop:	Coeficiente de rendimiento.

16.13 Gas PV/T



Un gas ideal.

Ecuaciones: 1

Datos:

Pi: Presión inicial (en Pascales).

Vi: Volumen inicial.

Ti: Temperatura inicial (en Kelvins).

Pf: Presión final (en Pascales).

Vf: Volumen final.

Tf: Temperatura final (en Kelvins).

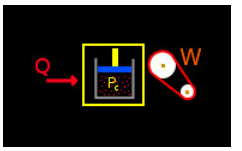
17 Ejemplos termodinámica

17.1 Ejemplo 1

Se entregan 700 cal a un proceso termodinámico, mientra el sistema realiza un trabajo de 200 J. ¿Que tanto cambia la energía interna del sistema?

Solución con FísicaLab

El enunciado del problema no dice que tipo de proceso es. Por lo tanto, podemos suponer un proceso isobŕico con una masa, presión y temperatura inicial arbitrarias. Entonces seleccionamos el grupo Termodinámica y, dentro de este, el módulo Termodinámica. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Proceso isobárico, un elemento Calor aplicado y un elemento Trabajo, como muestra la siguiente imagen:



Para el proceso isobárico, con una masa de 1 kg, 1 pascal de presión y 1 m^3 de volumen inicial, se tiene:

Nombre	0
m	1
dU	U
P	1
Vi	1
Vf	Vf

Para el elemento Calor aplicado:

Q	700 @ cal

Y para el elemento Trabajo:

W	200

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

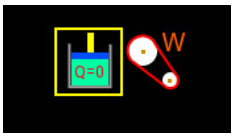
```
U = 2312.080  J ;
Vf  =  201.000  m3;
Estado = success.
```

17.2 Ejemplo 2

Un trabajo de 200 J es realizado sobre un sistema a traves de un proceso adiabático. Calcular el cambio de energía interna en calorias.

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Termodinámica y, dentro de este, el módulo Termodinámica. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Proceso adiabático y un elemento Trabajo, como muestra la siguiente imagen:



Para el elemento Proceso adiabático, con una masa arbitraria de 1 kg, se tiene:

Nombre	0
m	1
dU	U @ cal

Ahora para el elemento Trabajo:

W	-200

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

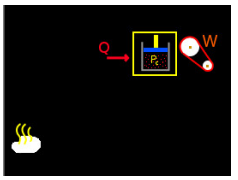
```
U  =  47.769  cal ;
Estado = success.
```

17.3 Ejemplo 3

A una presión constante de 1 atm, 1.5 g de agua (1.5 cm^3) a 100 °C se vaporiza a un volumen final de 2000 cm^3. Calcular el trabajo hecho por el sistema y el cambio de energía interna.

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Termodinámica y, dentro de este, el módulo Termodinámica. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Proceso isobárico, un elemento Calor aplicado, un elemento Trabajo y un elemento Calor de vaporización, como muestra la siguiente imagen:



Para el elemento Proceso isobárico se tiene:

Nombre	proc
m	1.5 @ g
dU	U
P	1 @ atm
Vi	1.5 @ cm3
Vf	2000 @ cm3

Para el elemento Calor aplicado:

Q	Q

Para el elemento Trabajo:

W	W

Y para el elemento Calor de vaporización:

Proceso:	proc
cv:	540 @ cal/g

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

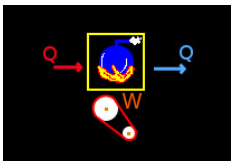
```
W  =  202.498  J ;
U  =  3188.810  J ;
Q  =  3391.308  J ;
Estado = success
```

17.4 Ejemplo 4

Una máquina de vapor trabaja entre las temperaturas de 230 °C y 100 °C. Calcular su eficiencia ideal.

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Termodinámica y, dentro de este, el módulo Termodinámica. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Máquina térmica, un elemento Calor aplicado, un elemento Calor extraído y un elemento Trabajo, como muestra la siguiente imagen:



Para el elemento Máquina térmica tenemos:

TH	230 @ C
TL	100 @ C
e	e

Para el elemento Calor aplicado establecemos cualquier cantidad arbitraria (positiva):

Q	1000

Para el elemento Calor extraído:

Q	Ex

Y para el elemento Trabajo:

W	W

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
W  =  258.372  J ;
e  =  25.837  % ;
```

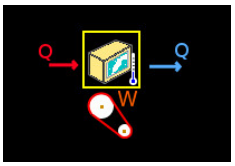
```
Ex  =  741.628  J ;
Estado = success.
```

17.5 Ejemplo 5

En un refrigerador con coeficiente de rendimiento de 2.18, el trabajo interno es de 680 J. Calcular la cantidad de calor (en Joules) que se extraen de la cámara fria y la cantidad de calor entregada el exterior.

Solución con FísicaLab

Seleccionamos el grupo Termodinámica y, dentro de este, el módulo Termodinámica. Si la Pizarra contiene elementos, los borramos dando un clic en el icono Borrar todo. Y ahora agregamos a la Pizarra un elemento Refrigerador, un elemento Calor aplicado, un elemento Calor extraído y un elemento Trabajo, como muestra la siguiente imagen:



Para el elemento Refrigerador, con una temperatura baja arbitraria, se tiene:

TH	H
TL	100 @ C
cop	2.18

Para el elemento Calor aplicado:

Q	Q

Para el elemento Calor extraído:

Q	Ex

Y para el elemento Trabajo:

W	680

Ingresados los datos, damos un clic en el icono de Resolver para obtener la respuesta:

```
Ex  =  1482.400  J ;
```

```
H  =  271.170  C ;
Q  =  2162.400  J ;
Estado = success.
```

18 GNU Free Documentation License



Version 1.3, 3 November 2008

Copyright © 2000, 2001, 2002, 2007, 2008 Free Software Foundation, Inc.

`http://fsf.org/`

Everyone is permitted to copy and distribute verbatim copies of this license document, but changing it is not allowed.

0. PREAMBLE

The purpose of this License is to make a manual, textbook, or other functional and useful document *free* in the sense of freedom: to assure everyone the effective freedom to copy and redistribute it, with or without modifying it, either commercially or noncommercially. Secondarily, this License preserves for the author and publisher a way to get credit for their work, while not being considered responsible for modifications made by others.

This License is a kind of "copyleft", which means that derivative works of the document must themselves be free in the same sense. It complements the GNU General Public License, which is a copyleft license designed for free software.

We have designed this License in order to use it for manuals for free software, because free software needs free documentation: a free program should come with manuals providing the same freedoms that the software does. But this License is not limited to software manuals; it can be used for any textual work, regardless of subject matter or whether it is published as a printed book. We recommend this License principally for works whose purpose is instruction or reference.

1. APPLICABILITY AND DEFINITIONS

This License applies to any manual or other work, in any medium, that contains a notice placed by the copyright holder saying it can be distributed under the terms of this License. Such a notice grants a worldwide, royalty-free license, unlimited in duration, to use that work under the conditions stated herein. The "Document", below, refers to any such manual or work. Any member of the public is a licensee, and is addressed as "you". You accept the license if you copy, modify or distribute the work in a way requiring permission under copyright law.

A "Modified Version" of the Document means any work containing the Document or a portion of it, either copied verbatim, or with modifications and/or translated into another language.

A "Secondary Section" is a named appendix or a front-matter section of the Document that deals exclusively with the relationship of the publishers or authors of the Document to the Document's overall subject (or to related matters) and contains nothing that could fall directly within that overall subject. (Thus, if the Document is in part a textbook of mathematics, a Secondary Section may not explain any mathematics.) The relationship could be a matter of historical connection with the subject or with related matters, or of legal, commercial, philosophical, ethical or political position regarding them.

The "Invariant Sections" are certain Secondary Sections whose titles are designated, as being those of Invariant Sections, in the notice that says that the Document is released under this License. If a section does not fit the above definition of Secondary then it is not allowed to be designated as Invariant. The Document may contain zero Invariant Sections. If the Document does not identify any Invariant Sections then there are none.

The "Cover Texts" are certain short passages of text that are listed, as Front-Cover Texts or Back-Cover Texts, in the notice that says that the Document is released under this License. A Front-Cover Text may be at most 5 words, and a Back-Cover Text may be at most 25 words.

A "Transparent" copy of the Document means a machine-readable copy, represented in a format whose specification is available to the general public, that is suitable for revising the document straightforwardly with generic text editors or (for images composed of pixels) generic paint programs or (for drawings) some widely available drawing editor, and that is suitable for input to text formatters or for automatic translation to a variety of formats suitable for input to text formatters. A copy made in an otherwise Transparent file format whose markup, or absence of markup, has been arranged to thwart or discourage subsequent modification by readers is not Transparent. An image format is not Transparent if used for any substantial amount of text. A copy that is not "Transparent" is called "Opaque".

Examples of suitable formats for Transparent copies include plain ASCII without markup, Texinfo input format, LaTeX input format, SGML or XML using a publicly available DTD, and standard-conforming simple HTML, PostScript or PDF designed for human modification. Examples of transparent image formats include PNG, XCF and JPG. Opaque formats include proprietary formats that can be read and edited only by proprietary word processors, SGML or XML for which the DTD and/or processing tools are not generally available, and the machine-generated HTML, PostScript or PDF produced by some word processors for output purposes only.

The "Title Page" means, for a printed book, the title page itself, plus such following pages as are needed to hold, legibly, the material this License requires to appear in the title page. For works in formats which do not have any title page as such, "Title Page" means the text near the most prominent appearance of the work's title, preceding the beginning of the body of the text.

The "publisher" means any person or entity that distributes copies of the Document to the public.

A section "Entitled XYZ" means a named subunit of the Document whose title either is precisely XYZ or contains XYZ in parentheses following text that translates XYZ in another language. (Here XYZ stands for a specific section name mentioned below, such as "Acknowledgements", "Dedications", "Endorsements", or "History".) To "Preserve the Title" of such a section when you modify the Document means that it remains a section "Entitled XYZ" according to this definition.

The Document may include Warranty Disclaimers next to the notice which states that this License applies to the Document. These Warranty Disclaimers are considered to be included by reference in this License, but only as regards disclaiming warranties: any other implication that these Warranty Disclaimers may have is void and has no effect on the meaning of this License.

2. VERBATIM COPYING

You may copy and distribute the Document in any medium, either commercially or noncommercially, provided that this License, the copyright notices, and the license notice saying this License applies to the Document are reproduced in all copies, and that you add no other conditions whatsoever to those of this License. You may not use technical measures to obstruct or control the reading or further copying of the copies you make or distribute. However, you may accept compensation in exchange for copies. If you distribute a large enough number of copies you must also follow the conditions in section 3.

You may also lend copies, under the same conditions stated above, and you may publicly display copies.

3. COPYING IN QUANTITY

If you publish printed copies (or copies in media that commonly have printed covers) of the Document, numbering more than 100, and the Document's license notice requires Cover Texts, you must enclose the copies in covers that carry, clearly and legibly, all these Cover Texts: Front-Cover Texts on the front cover, and Back-Cover Texts on the back cover. Both covers must also clearly and legibly identify you as the publisher of these copies. The front cover must present the full title with all words of the title equally prominent and visible. You may add other material on the covers in addition. Copying with changes limited to the

covers, as long as they preserve the title of the Document and satisfy these conditions, can be treated as verbatim copying in other respects.

If the required texts for either cover are too voluminous to fit legibly, you should put the first ones listed (as many as fit reasonably) on the actual cover, and continue the rest onto adjacent pages.

If you publish or distribute Opaque copies of the Document numbering more than 100, you must either include a machine-readable Transparent copy along with each Opaque copy, or state in or with each Opaque copy a computer-network location from which the general network-using public has access to download using public-standard network protocols a complete Transparent copy of the Document, free of added material. If you use the latter option, you must take reasonably prudent steps, when you begin distribution of Opaque copies in quantity, to ensure that this Transparent copy will remain thus accessible at the stated location until at least one year after the last time you distribute an Opaque copy (directly or through your agents or retailers) of that edition to the public.

It is requested, but not required, that you contact the authors of the Document well before redistributing any large number of copies, to give them a chance to provide you with an updated version of the Document.

4. MODIFICATIONS

You may copy and distribute a Modified Version of the Document under the conditions of sections 2 and 3 above, provided that you release the Modified Version under precisely this License, with the Modified Version filling the role of the Document, thus licensing distribution and modification of the Modified Version to whoever possesses a copy of it. In addition, you must do these things in the Modified Version:

A. Use in the Title Page (and on the covers, if any) a title distinct from that of the Document, and from those of previous versions (which should, if there were any, be listed in the History section of the Document). You may use the same title as a previous version if the original publisher of that version gives permission.

B. List on the Title Page, as authors, one or more persons or entities responsible for authorship of the modifications in the Modified Version, together with at least five of the principal authors of the Document (all of its principal authors, if it has fewer than five), unless they release you from this requirement.

C. State on the Title page the name of the publisher of the Modified Version, as the publisher.

D. Preserve all the copyright notices of the Document.

E. Add an appropriate copyright notice for your modifications adjacent to the other copyright notices.

F. Include, immediately after the copyright notices, a license notice giving the public permission to use the Modified Version under the terms of this License, in the form shown in the Addendum below.

G. Preserve in that license notice the full lists of Invariant Sections and required Cover Texts given in the Document's license notice.

H. Include an unaltered copy of this License.

I. Preserve the section Entitled "History", Preserve its Title, and add to it an item stating at least the title, year, new authors, and publisher of the Modified Version as given on the Title Page. If there is no section Entitled "History" in the Document, create one stating the title, year, authors, and publisher of the Document as given on its Title Page, then add an item describing the Modified Version as stated in the previous sentence.

J. Preserve the network location, if any, given in the Document for public access to a Transparent copy of the Document, and likewise the network locations given in the Document for previous versions it was based on. These may be placed in the "History" section. You may omit a network location for a work that was published at least four years before the Document itself, or if the original publisher of the version it refers to gives permission.

K. For any section Entitled "Acknowledgements" or "Dedications", Preserve the Title of the section, and preserve in the section all the substance and tone of each of the contributor acknowledgements and/or dedications given therein.

L. Preserve all the Invariant Sections of the Document, unaltered in their text and in their titles. Section numbers or the equivalent are not considered part of the section titles.

M. Delete any section Entitled "Endorsements". Such a section may not be included in the Modified Version.

N. Do not retitle any existing section to be Entitled "Endorsements" or to conflict in title with any Invariant Section.

O. Preserve any Warranty Disclaimers.

If the Modified Version includes new front-matter sections or appendices that qualify as Secondary Sections and contain no material copied from the Document, you may at your option designate some or all of these sections as invariant. To do this, add their titles to the list of Invariant Sections in the Modified Version's license notice. These titles must be distinct from any other section titles.

You may add a section Entitled "Endorsements", provided it contains nothing but endorsements of your Modified Version by various parties—for example, statements of peer review or that the text has been approved by an organization as the authoritative definition of a standard.

You may add a passage of up to five words as a Front-Cover Text, and a passage of up to 25 words as a Back-Cover Text, to the end

of the list of Cover Texts in the Modified Version. Only one passage of Front-Cover Text and one of Back-Cover Text may be added by (or through arrangements made by) any one entity. If the Document already includes a cover text for the same cover, previously added by you or by arrangement made by the same entity you are acting on behalf of, you may not add another; but you may replace the old one, on explicit permission from the previous publisher that added the old one.

The author(s) and publisher(s) of the Document do not by this License give permission to use their names for publicity for or to assert or imply endorsement of any Modified Version.

5. COMBINING DOCUMENTS

   You may combine the Document with other documents released under this License, under the terms defined in section 4 above for modified versions, provided that you include in the combination all of the Invariant Sections of all of the original documents, unmodified, and list them all as Invariant Sections of your combined work in its license notice, and that you preserve all their Warranty Disclaimers.

   The combined work need only contain one copy of this License, and multiple identical Invariant Sections may be replaced with a single copy. If there are multiple Invariant Sections with the same name but different contents, make the title of each such section unique by adding at the end of it, in parentheses, the name of the original author or publisher of that section if known, or else a unique number. Make the same adjustment to the section titles in the list of Invariant Sections in the license notice of the combined work.

   In the combination, you must combine any sections Entitled "History" in the various original documents, forming one section Entitled "History"; likewise combine any sections Entitled "Acknowledgements", and any sections Entitled "Dedications". You must delete all sections Entitled "Endorsements."

6. COLLECTIONS OF DOCUMENTS

   You may make a collection consisting of the Document and other documents released under this License, and replace the individual copies of this License in the various documents with a single copy that is included in the collection, provided that you follow the rules of this License for verbatim copying of each of the documents in all other respects.

   You may extract a single document from such a collection, and distribute it individually under this License, provided you insert a copy of this License into the extracted document, and follow this License in all other respects regarding verbatim copying of that document.

7. AGGREGATION WITH INDEPENDENT WORKS

   A compilation of the Document or its derivatives with other separate and independent documents or works, in or on a volume of a storage or distribution medium, is called an "aggregate" if the copyright resulting

from the compilation is not used to limit the legal rights of the compilation's users beyond what the individual works permit. When the Document is included in an aggregate, this License does not apply to the other works in the aggregate which are not themselves derivative works of the Document.

If the Cover Text requirement of section 3 is applicable to these copies of the Document, then if the Document is less than one half of the entire aggregate, the Document's Cover Texts may be placed on covers that bracket the Document within the aggregate, or the electronic equivalent of covers if the Document is in electronic form. Otherwise they must appear on printed covers that bracket the whole aggregate.

8. TRANSLATION

Translation is considered a kind of modification, so you may distribute translations of the Document under the terms of section 4. Replacing Invariant Sections with translations requires special permission from their copyright holders, but you may include translations of some or all Invariant Sections in addition to the original versions of these Invariant Sections. You may include a translation of this License, and all the license notices in the Document, and any Warranty Disclaimers, provided that you also include the original English version of this License and the original versions of those notices and disclaimers. In case of a disagreement between the translation and the original version of this License or a notice or disclaimer, the original version will prevail.

If a section in the Document is Entitled "Acknowledgements", "Dedications", or "History", the requirement (section 4) to Preserve its Title (section 1) will typically require changing the actual title.

9. TERMINATION

You may not copy, modify, sublicense, or distribute the Document except as expressly provided under this License. Any attempt otherwise to copy, modify, sublicense, or distribute it is void, and will automatically terminate your rights under this License.

However, if you cease all violation of this License, then your license from a particular copyright holder is reinstated (a) provisionally, unless and until the copyright holder explicitly and finally terminates your license, and (b) permanently, if the copyright holder fails to notify you of the violation by some reasonable means prior to 60 days after the cessation.

Moreover, your license from a particular copyright holder is reinstated permanently if the copyright holder notifies you of the violation by some reasonable means, this is the first time you have received notice of violation of this License (for any work) from that copyright holder, and you cure the violation prior to 30 days after your receipt of the notice.

Termination of your rights under this section does not terminate the licenses of parties who have received copies or rights from you under this License. If your rights have been terminated and not permanently

reinstated, receipt of a copy of some or all of the same material does not give you any rights to use it.

10. FUTURE REVISIONS OF THIS LICENSE

    The Free Software Foundation may publish new, revised versions of the GNU Free Documentation License from time to time. Such new versions will be similar in spirit to the present version, but may differ in detail to address new problems or concerns. See `http://www.gnu.org/copyleft/`.

    Each version of the License is given a distinguishing version number. If the Document specifies that a particular numbered version of this License "or any later version" applies to it, you have the option of following the terms and conditions either of that specified version or of any later version that has been published (not as a draft) by the Free Software Foundation. If the Document does not specify a version number of this License, you may choose any version ever published (not as a draft) by the Free Software Foundation. If the Document specifies that a proxy can decide which future versions of this License can be used, that proxy's public statement of acceptance of a version permanently authorizes you to choose that version for the Document.

11. RELICENSING

    "Massive Multiauthor Collaboration Site" (or "MMC Site") means any World Wide Web server that publishes copyrightable works and also provides prominent facilities for anybody to edit those works. A public wiki that anybody can edit is an example of such a server. A "Massive Multiauthor Collaboration" (or "MMC") contained in the site means any set of copyrightable works thus published on the MMC site.

    "CC-BY-SA" means the Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 license published by Creative Commons Corporation, a not-for-profit corporation with a principal place of business in San Francisco, California, as well as future copyleft versions of that license published by that same organization.

    "Incorporate" means to publish or republish a Document, in whole or in part, as part of another Document.

    An MMC is "eligible for relicensing" if it is licensed under this License, and if all works that were first published under this License somewhere other than this MMC, and subsequently incorporated in whole or in part into the MMC, (1) had no cover texts or invariant sections, and (2) were thus incorporated prior to November 1, 2008.

    The operator of an MMC Site may republish an MMC contained in the site under CC-BY-SA on the same site at any time before August 1, 2009, provided the MMC is eligible for relicensing.

ADDENDUM: How to use this License for your documents

To use this License in a document you have written, include a copy of the License in the document and put the following copyright and license notices just after the title page:

```
Copyright (C)  year  your name.
Permission is granted to copy, distribute and/or modify this document
under the terms of the GNU Free Documentation License, Version 1.3
or any later version published by the Free Software Foundation;
with no Invariant Sections, no Front-Cover Texts, and no Back-Cover
Texts.  A copy of the license is included in the section entitled ``GNU
Free Documentation License''.
```

If you have Invariant Sections, Front-Cover Texts and Back-Cover Texts, replace the "with. . . Texts." line with this:

```
with the Invariant Sections being list their titles, with
the Front-Cover Texts being list, and with the Back-Cover Texts
being list.
```

If you have Invariant Sections without Cover Texts, or some other combination of the three, merge those two alternatives to suit the situation.

If your document contains nontrivial examples of program code, we recommend releasing these examples in parallel under your choice of free software license, such as the GNU General Public License, to permit their use in free software.

Indice

A

Aceleración angular (cc) 42
Aceleración angular (dc) 201
Aceleración centrípeta (dc) 200
Aceleración máxima (dc) 211
Aceleración total (cc) 43
Aceleración total (Triangulo de aceleraciones) (dc) 211
Ángulos (dc) 209
Ángulos (e) 63
Ángulos (er) 89
Armadura (er) 95

B

Bloque (cal) 275
Bloque (e) 60
Bloque con movimiento horizontal (d) . 150
Bloque con movimiento vertical (d) ... 149
Bloque en un plano inclinado a la derecha (d) 152
Bloque en un plano inclinado a la derecha (e) 61
Bloque en un plano inclinado a la izquierda (d) 151
Bloque en un plano inclinado a la izquierda (e) 61
Bomba de calor (therm) 317

C

Calor aplicado (cal) 273
Calor aplicado (therm) 309
Calor de vaporización (therm) 314
Calor extraído (cal) 274
Calor extraído (therm) 310
Calor sensible (therm) 312
Calorimetría 271
Calorímetro (cal) 282
Cambio de fase liquido-gas (cal) 280
Cambio de fase sólido-liquido (cal) 279
Cañon (c) 17
Centro de rotación (cc) 45
Centro de rotación (dc) 207
Colisión (d) 157
Combinaciones admitidas (dc) 215
Coordenada (cc) 46

D

Datos de los elementos 4
Dilatación lineal (cal) 276
Dilatación superficial (cal) 277
Dilatación volumétrica (cal) 277
Distancia (c) 19
Distancia (cc) 45
Distancia XY (c) 19

E

Ejemplo 1 (c) 21
Ejemplo 1 (cal) 286
Ejemplo 1 (cc) 48
Ejemplo 1 (d) 160
Ejemplo 1 (dc) 220
Ejemplo 1 (e) 66
Ejemplo 1 (er) 99
Ejemplo 1 (thermo) 319
Ejemplo 10 (cal) 298
Ejemplo 10 (d) 184
Ejemplo 10 (dc) 257
Ejemplo 10 (er) 125
Ejemplo 11 (cal) 300
Ejemplo 11 (d) 186
Ejemplo 11 (dc) 262
Ejemplo 11 (er) 131
Ejemplo 12 (cal) 302
Ejemplo 12 (d) 190
Ejemplo 12 (dc) 265
Ejemplo 12 (er) 134
Ejemplo 13 (cal) 307
Ejemplo 13 (dc) 268
Ejemplo 13 (er) 138
Ejemplo 2 (c) 23
Ejemplo 2 (cal) 287
Ejemplo 2 (cc) 50
Ejemplo 2 (d) 162
Ejemplo 2 (dc) 223
Ejemplo 2 (e) 68
Ejemplo 2 (er) 102
Ejemplo 2 (thermo) 321
Ejemplo 3 (c) 25
Ejemplo 3 (cal) 289
Ejemplo 3 (cc) 52
Ejemplo 3 (d) 164
Ejemplo 3 (dc) 226
Ejemplo 3 (e) 70

Ejemplo 3 (er) 104
Ejemplo 3 (thermo) 322
Ejemplo 4 (c)..... 28
Ejemplo 4 (cal)..... 290
Ejemplo 4 (cc)..... 54
Ejemplo 4 (d) 167
Ejemplo 4 (dc) 229
Ejemplo 4 (e)..... 72
Ejemplo 4 (er) 108
Ejemplo 4 (thermo) 324
Ejemplo 5 (c)..... 31
Ejemplo 5 (cal)..... 291
Ejemplo 5 (cc)..... 56
Ejemplo 5 (d) 172
Ejemplo 5 (dc) 234
Ejemplo 5 (e)..... 74
Ejemplo 5 (er) 111
Ejemplo 5 (thermo) 326
Ejemplo 6 (c)..... 33
Ejemplo 6 (cal)..... 292
Ejemplo 6 (d) 175
Ejemplo 6 (dc) 238
Ejemplo 6 (e)..... 76
Ejemplo 6 (er) 114
Ejemplo 7 (c)..... 35
Ejemplo 7 (cal)..... 294
Ejemplo 7 (d) 177
Ejemplo 7 (dc) 243
Ejemplo 7 (e)..... 78
Ejemplo 7 (er) 117
Ejemplo 8 (cal)..... 296
Ejemplo 8 (d) 179
Ejemplo 8 (dc) 248
Ejemplo 8 (e)..... 80
Ejemplo 8 (er) 119
Ejemplo 9 (cal)..... 297
Ejemplo 9 (d) 182
Ejemplo 9 (dc) 253
Ejemplo 9 (e)..... 83
Ejemplo 9 (er) 122
Ejemplos de calorimetría 286
Ejemplos de cinemática circular de partículas..... 48
Ejemplos de cinemática de partículas .. 21
Ejemplos de dinámica circular de partículas..... 220
Ejemplos de dinámica de partículas... 160
Ejemplos de estática de partículas 66
Ejemplos de estática rígida 99
Ejemplos termodinámica 319
Elementos de sólido (er) 91
Elementos de viga (er)..... 90
Energía (d)..... 158
Energía (dc)..... 201

F

Flujo de calor aplicado (cal) 273
Frecuencia (cc) 43
Fricciones (d) 154
Fricciones (dc) 209
Fricciones (e)..... 64
Fricciones (er)..... 92
Fricciones entre bloques (d)..... 155
Fuerzas (d)..... 154
Fuerzas (dc)..... 208
Fuerzas (e)..... 64
Fuerzas (er)..... 92
Funcionamiento de FísicaLab 8

G

Gas (cal)..... 276
Gas a presión constante (cal)..... 283
Gas a temperatura constante (cal).... 283
Gas a volumen constante (cal)..... 284
Gas PV/T (cal) 284
Gas PV/T (therm)..... 318
GNU Free Documentation License.... 328

I

Inercia (dc) 212
Intercambiador de calor (cal)..... 285
Introducción..... 1

L

Liquido (cal) 275
Longitud de arco (cc)..... 46

M

Manejando los elementos 3
Máquina térmica (therm) 315
Masa en reposo (dc) 195
Mensajes en el visor de texto 8
Módulo de cinemática circular 37
Módulo de cinemática de partículas 9
Módulo de dinámica circular de partículas 192
Módulo de dinámica de partículas 143
Módulo de estática de partículas 59
Módulo de estática rígida 85
Momento (d) 159
Momento angular (dc) 202
Momento de una fuerza o par de fuerzas (dc) 210
Momento lineal (dc) 203
Móvil (c) 14
Móvil (d) 147
Móvil con movimiento circular (cc) 40
Móvil con movimiento circular (dc) . . . 197
Móvil con movimiento circular perpendicular (dc) 199
Móvil con movimiento circular polar (dc) 198
Móvil con movimiento polar (cc) 41
Móvil con movimiento rectilíneo (dc) . 196
Móvil en X/Y (c) 15
Móvil en X/Y (d) 148
Móvil en X/Y con velocidad constante (c) 16
Móvil radial (c) 18
Movimiento relativo (d) 156

N

Nudo de armadura (er) 95
Número de vueltas (cc) 44

P

Par (er) 93
Periodo (cc) 44
Polea (d) 153
Polea (e) 62
Potencia (d) 159
Potencia (dc) 204
Proceso (cal) 281
Proceso adiabático (therm) 310
Proceso isobárico (therm) 312
Proceso isocórico (therm) 311
Proceso isotérmico (therm) 311
Punto (c) 20
Punto (er) 89
Punto estático (e) 63
Puntos (er) 86

R

Refrigeración (cal) 274
Refrigerador (therm) 316
Relación de aceleraciones (d) 155
Reloj del laboratorio (cal) 273
Resortes (d) 153
Resortes (dc) 208
Resortes (e) 62
Resultante (e) 65
Resultante (er) 97
Resultante con fuerza horizontal (er) . . . 97
Resultante con fuerza vertical (er) 98
Resultante vertical/horizontal (e) 65

S

Seno del ángulo (dc) 214
Sistema de referencia fijo (c) 11
Sistema de referencia fijo (cc) 39
Sistema de referencia fijo (d) 146
Sistema de referencia fijo (dc) 195
Sistema de referencia fijo (e) 60
Sistema de referencia fijo (er) 86
Sistema de referencia móvil (c) 12
Sistema de referencia móvil en X/Y (c) . 13
Sistema final (dc) 206
Sistema inicial (dc) 205
Sólido (er) 88

T

Termodinámica 308
Trabajo (therm) 309

V

Velocidad absoluta (dc) 213
Velocidad angular (cc) 42
Velocidad angular (dc) 200
Velocidad relativa (c) 20
Velocidad relativa (cc) 47
Viga (er) 87
Vigas de 2 fuerzas (er) 94
Vigas de armadura (er) 96